

GLO-4030/7030 APPRENTISSAGE PAR RÉSEAUX DE NEURONES PROFONDS

Plan de cours
Introduction
Fonctions d'activation

Hiver 2020

Plan de cours

Bienvenue à bord!

- 3^{ème} édition!
- L'équipe de cette année :



Frédérik Paradis



Gaël Letarte

Séminaire départemental

Vendredi 17 janvier 2020

• Apprentissage de réseaux de neurones à activations binaires avec garanties statistiques

Ģaël Letarte

Étudiant au doctorat, membre du GRAAL

• **Heure**: 13h30 **Local**: PLT-3775

• **Résumé:** Malgré les exploits empiriques des réseaux de neurones profonds, il existe peu de garanties théoriques solides expliquant leurs performances. Nous allons présenter nos récents travaux portant sur l'analyse des réseaux de neurones profonds avec activations binaires, pour lesquels nous pouvons obtenir des garanties statistiques sur leur taux d'erreur. Il en découle une approche originale permettant d'entraîner un modèle composé d'une agrégation de tels réseaux. Cette analyse se base sur la théorie PAC-Bayésienne, qui s'est illustrée récemment comme un outil fructueux pour analyser la capacité de généralisation des réseaux de neurones profonds.



Ressources GPU

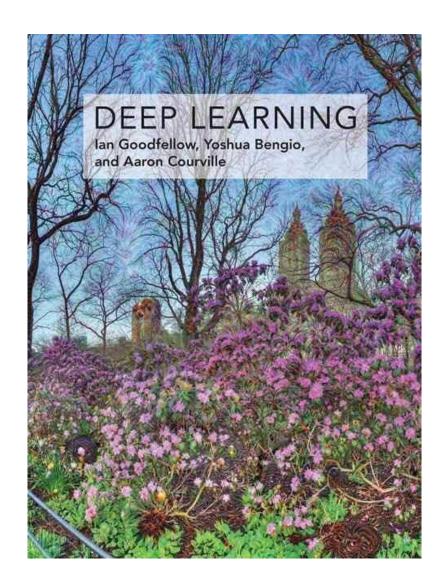
En cours de mise-en-oeuvre

- Accès à des GPU via Jupyter notebook
 - NVIDIA K20 ou K80
- http://jupyterhub.helios.calculquebec.ca,
- Au besoin, lisez le Wiki
 - https://wiki.calculquebec.ca/w/JupyterHub
- Cœurs réservés pour les laboratoires : réservation glo4030
- Gros merci à
 - Florent Parent
 - Félix-Antoine Fortin

Manuel (obligatoire)

- Bonne référence
- Version html gratuite

http://www.deeplearningbook.org/



Pré-requis

- Python (laboratoire, TP)
- Certaine connaissance de l'apprentissage machine
- Probabilité
- Algèbre linéaire
- Dérivée
- Un peu d'optimisation

Contenu du cours

- Un peu de théorie, oui...
- ... mais aussi de la pratique...
- ... et de la collection de timbres
 - nombre de techniques, trucs
 - 20+ exemples d'architecture
 - grand nombre de papiers
 - 70+ présentations orales
- Donner un aperçu du domaine, vous aider à démarrer dans la recherche



"All science is either physics or stamp collecting"

-E. Rutherford

Aperçu 1ère moitié

- Connaissances de base (vertical)
 - Introduction, neurone, fonctions d'activation
 - Graphes de calculs, fonctions de perte, rétropropagation
 - Méthodes d'entraînement par optimisation, batch norm, initialisation des poids, trucs et astuces
 - Techniques de régularisation
 - Réseaux à convolution I
 - Réseaux à convolution II
 - Examen intra

Aperçu 2^{ème} moitié

- Concepts avancés (horizontal):
 - Word embeddings
 - Autoencodeurs
 - Réseaux récurrents (RNN, LSTM et GRU)
 - Modèles d'attention, proposition de régions d'images, réseaux à mémoire
 - Apprentissage multitâches, pertes auxiliaires
 - Distillation (compression) des réseaux
 - Réseaux génératifs type GAN
 - Et +

(majorité) Présentations orales des étudiants 2e et 3e cycle 10

Examen

- Mi-Session (25 février 12h30 à 15h20)
 - **35%** pour GLO-4030
 - **33%** pour GLO-7030
- Final (21 avril de 12h30 à 14h20)
 - GLO-4030 seulement
 - Examen de 2 heures, 20 %
 - Séance de présentations orales pour GLO-7030
- Pas de documents permis

Travaux pratiques

- 2 travaux
- Total de **20** %
- En python ou PyTorch
- Interdit d'utiliser :
 - github public
 - pastebin
 - etc.

Projets

- Équipe de 1 à 2
- GLO-4030 : 25 %
- Pour GLO-7030 : 35 %
 - comme pas d'examen, projet devra être ambitieux (proche de publiable)
 - bonne méthodologie
- Trouvez un jeu de données proche de votre recherche / laboratoire / programme
- Vous pouvez utiliser langage et libraire de votre choix (TensorFlow, PyTorch, etc)
- Rapport sous format d'article scientifique

Mon projet en 180 s (GLO-7030)

- Présentation chronométrée de 3 minutes de votre projet de recherche
- 14 avril
- 1 seule acétate, sans animation, format pdf ratio 16:9
- 1 seul membre de l'équipe
- Jugé sur la clarté et la qualité, et non sur le mérite technique
- Note attribuée à l'équipe entière (4 %)

Présentations orales GLO-7030

- Article plus récent que 1^{er} juin 2018
- Uniquement des conférences suivantes : NIPS, CVPR, ICLR, RSS, ICCV, ECCV, EMNLP, ACL, NAACL et COLING
- Présentation 10 minutes, style conférence
- M'envoyer votre choix le plus rapidement possible (pour éviter les doublons)
- Compte pour 12 %

Présentations orales GLO-7030

- 72 inscriptions (horaire chargé!)
- Date de votre présentation idéalement en lien avec le contenu du cours
- Horaire approximatif:

Date	nombre prés.		
Vendredi 21 février	8		
Vendredi 20 mars	10		
Vendredi 3 avril	10		
Vendredi 10 avril	10		
Vendredi 17 avril	10		
Mardi 21 avril	14		
Vendredi 24 avril	10		

• Si vous voulez présenter sur les CNN, m'envoyer votre suggestion d'article pour pouvoir présenter le 21 février

Sites web

• Site du cours :

https://ulaval-damas.github.io/glo4030/

- Site pour le forum :
 - site monPortail GLO-7030
 - les étudiants GLO-4030 ont plein accès au forum, en tant qu'utilisateur invité du cours

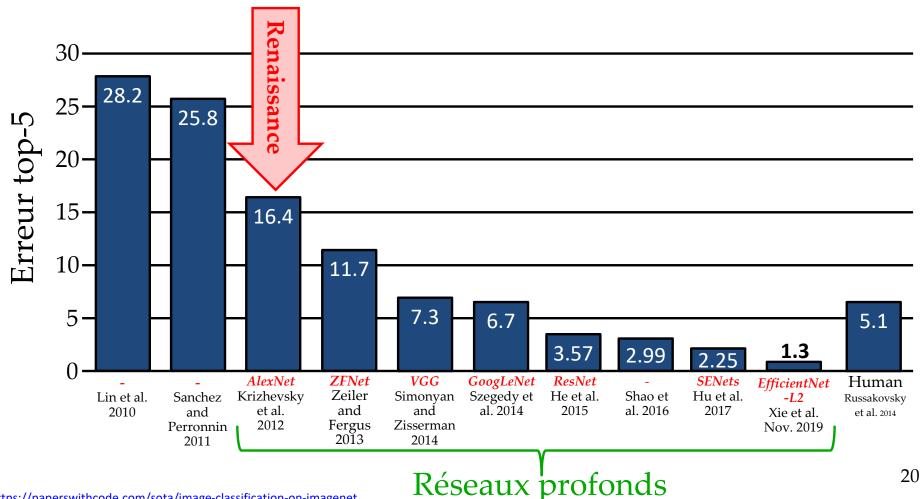
Librairie utilisée: PYTÖRCH 1.?

- Recommandation unanime des experts locaux (ils ont utilisés Theano, TensorFlow, Torch, Keras)
- Python, et non pas LUA
- Facile à débugger
 - Vous pouvez extraire les données du GPU en tout temps
- Dérivation automatique autograd
- Support GPU pour Ndarray
- Package d'optimisation par descente de gradient inclus (SGD, RMSprop, ADAM, etc.)
- Beaucoup d'utilitaires (data loading, entraînement, data augmentation, torchvision etc.)
- Facile d'obtenir des modèles pré-entraînés

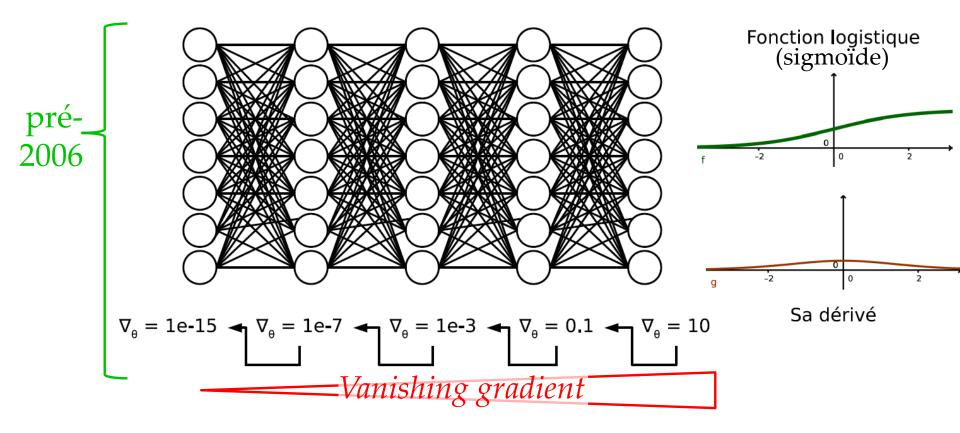
Introduction

Large Scale Visual Recognition Challenge

- Image Classification Challenge:
 - 1,000 classes d'objets
 - 1,431,167 images



Causes de la renaissance #1 Nouvelles fonctions d'activations



Venait limiter en pratique la profondeur

Causes de la renaissance #1 Nouvelles fonctions d'activations

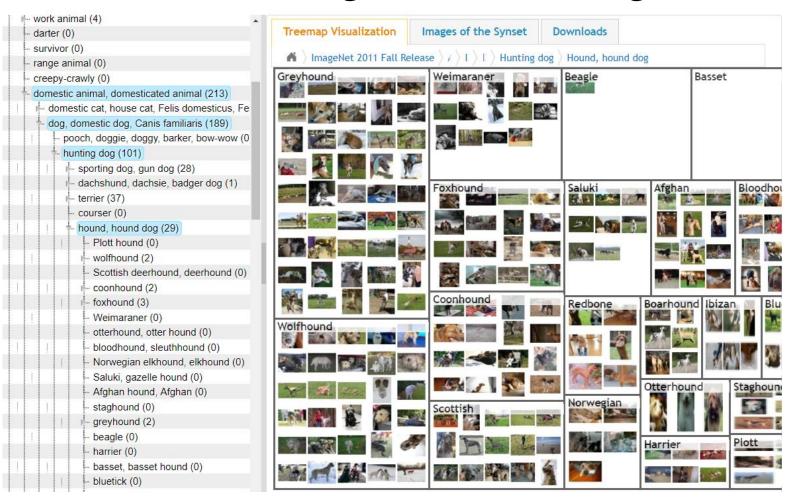
- ReLU: Rectifier Linear Unit
- Introduite en 2010 par Nair et Hinton

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \ge 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

- Se calcule très rapidement : max(input,0)
- Beaucoup moins de *vanishing gradient*, car pente = 1 dans la partie active

Causes de la renaissance #2

- Grands jeux de données
- www.image-net.org
- 14 millions images, 22 000 catégories



Causes de la renaissance #3

Puissance de calcul via GPU



Juin 2005



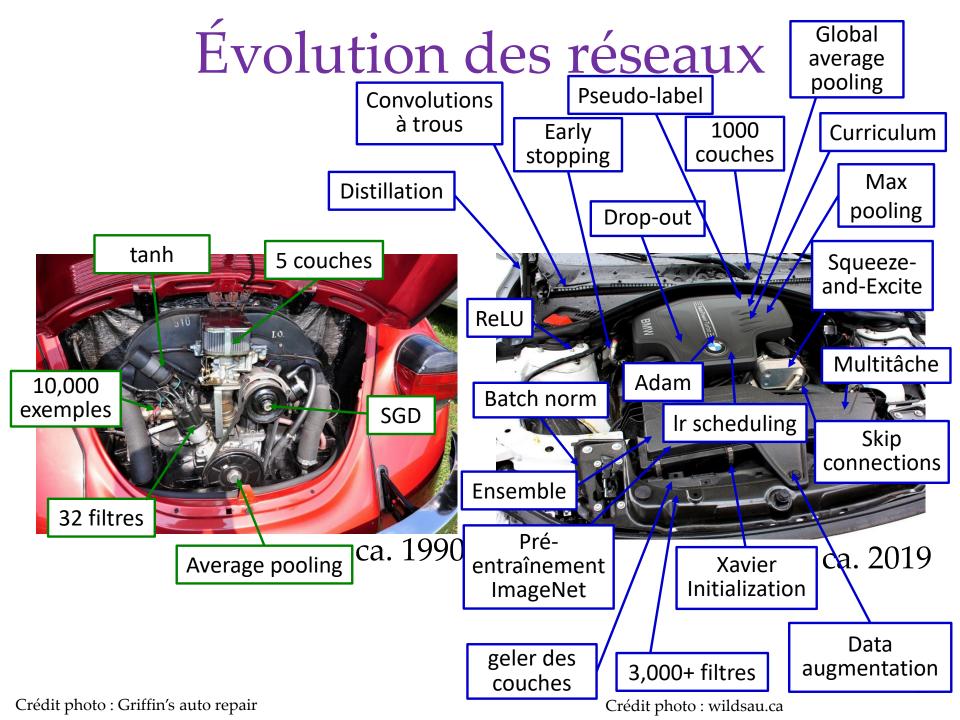
Rank	System	Cores	\	(TFlop/s)	(kW)
1	BlueGene/L - eServer Blue Gene Solution , IBM DOE/NNSA/LLNL United States	65,536	136.8	183.5	716
2	BGW - eServer Blue Gene Solution , IBM IBM Thomas J. Watson Research Center United States	40,960	91.3	114.7	448
3	Columbia - SGI Altix 1.5 GHz, Voltaire Infiniband , HPE NASA/Ames Research Center/NAS United States	10,160	51.9	61.0	
4	Earth-Simulator , NEC Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology Japan	5,120	35.9	41.0	3,200

Continuation de la renaissance

- Progrès très rapide via arXiv.org
- Plus d'une centaine de soumission par jour

Certain danger : beaucoup de « bruit » dans les publications

- Un article est souvent périmé lorsque présenté en conférence
- D'où la motivation pour vos présentations orales (GLO-7030)

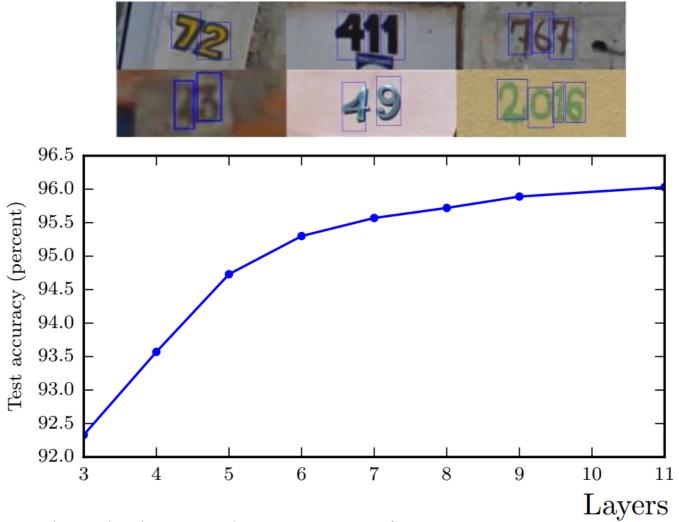


Pourquoi le Deep?

- Fonction mathématique extrêmement flexible et puissante (millions de paramètres)
- Théorème d'approximation universelle :
 - Peut approximer n'importe quelle fonction* avec un niveau de précision arbitraire
 - http://neuralnetworksanddeeplearning.com/chap4.html
- Réseaux peu profonds vont :
 - demander beaucoup de neurones (exponentiel)

Généralisation vs. profondeur

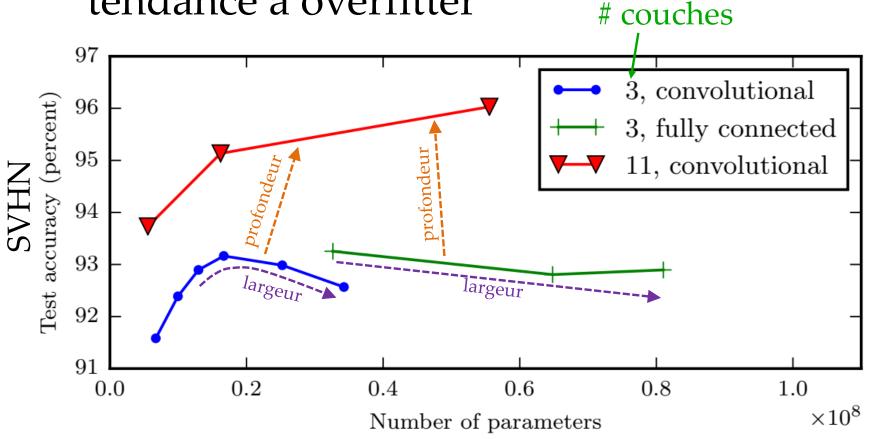
Street View Home Numbers SVHN



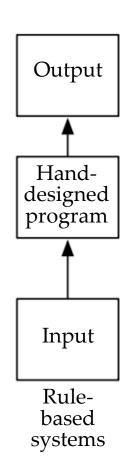
Goodfellow et al., Multi-digit Number Recognition from Street View Imagery using Deep Convolutional Neural Networks, ICLR 2014.

Meilleure généralisation

 Modèles larges ou peu profonds ont tendance à overfitter



Contraste avec approches traditionnelles



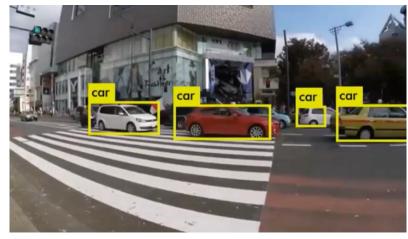
Contraste avec Output approches traditionnelles Output Mapping Output from **Appris** features conjointement Additional Mapping Mapping layers of Output from from more abstract features features features Hand-Hand-Simple designed designed Features features program features Input Input Input Input Deep Rule-Classic Learning based machine learning systems Representation Learning

Architecture = a priori

- Façon d'injecter de l'information a priori, via l'architecture
- Peut être vu comme un prior (parfois infiniment) fort
- Par exemple :
 - CNN (localité dans les images)
 - Maxpooling (invariance à la position)
 - RNN (dépendance temporelle)
 - Attention (régions plus informatives)
 - Spatial transformer network (déformation affines)
 - Softmax (appartenance à une seule classe)

Pourquoi le Deep en industrie?

- Applicable à des solutions industrielles
- Entraînement (long) se fait en différé
- Tourne en temps réel sur machine GPU ou TPU (Tensor Processor Unit, Google)
- Le temps d'exécution dépend peu du nombre de classes
 - YOLO9000 : détection de 9000 objets, 40 FPS
 - comment : un seul pipeline
 commun d'extraction des features



https://www.youtube.com/watch?v=uG2UOasIx2I

Pourquoi le Deep en industrie?

- Si on découvre des nouveaux cas problématiques, on les ajoute dans la banque d'entrainement
 - facile à expliquer à un non-expert
- La quantité de données d'entraînement n'influe pas sur le temps d'inférence*
- Systèmes experts (*explicite*) deviennent fragiles avec nombre croissant de règles
 - réseaux neurones : implicite

« Deep Learning is eating software »

The pattern is that there's an existing software project doing data processing using explicit programming logic, and the team charged with maintaining it find they can replace it with a deep-learning-based solution. I can only point to examples within Alphabet that we've made public, like upgrading search ranking, data center energy usage, language translation, and solving Go, but these aren't rare exceptions internally. What I see is that almost any data processing system with non-trivial logic can be improved significantly by applying modern machine learning.

This might sound less than dramatic when put in those terms, but it's a radical change in how we build software. Instead of writing and maintaining intricate, layered tangles of logic, the developer has to become a teacher, a curator of training data and an analyst of results. This is very, very different than the programming I was taught in school, but what gets me most excited is that it should be far more accessible than traditional coding, once the tooling catches up.

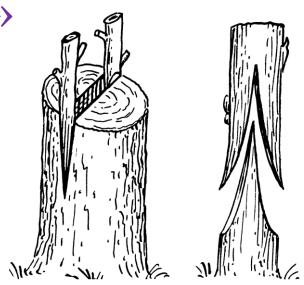
https://petewarden.com/2017/11/13/deep-learning-is-eating-software/

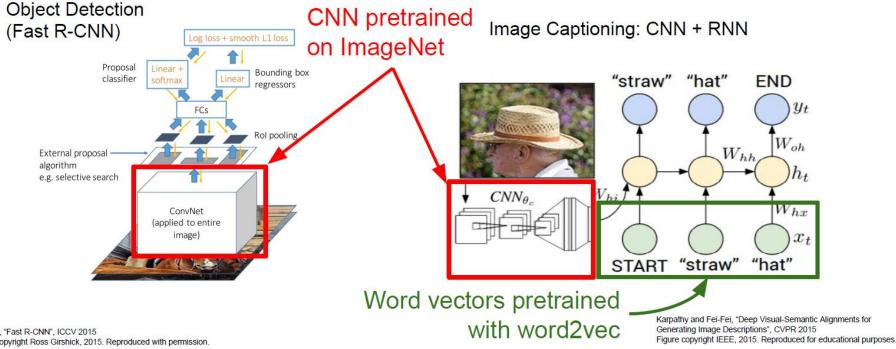
Transfert d'innovation

- Les innovations dans les architectures de réseaux faits pour une tâche X ont tendance à aussi aider pour de nombreuses autres tâches
- Synergies et emballements

« Bouturage »

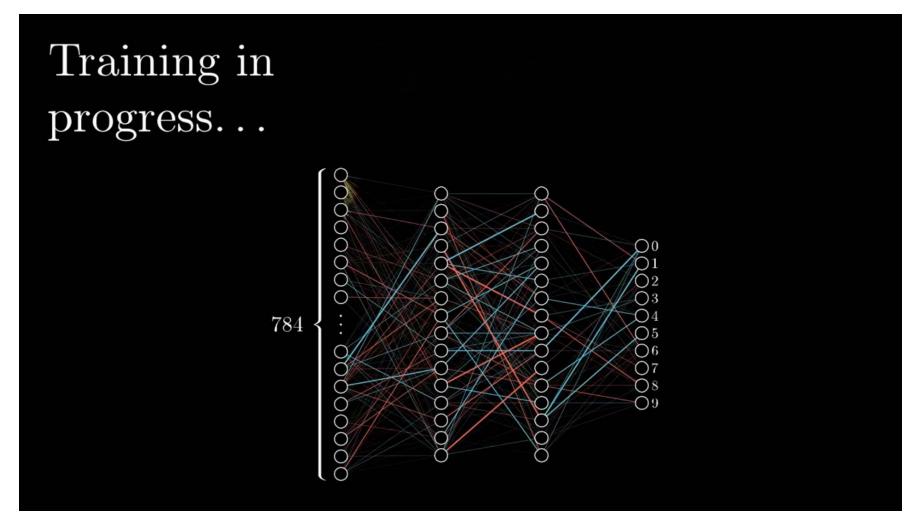
 Combiner des réseaux préentraînés sur des tâches différentes





Le gradient = sève

• Pas de gradient = pas d'apprentissage



Processus itératif

Les voies du réseaux sont impénétrables

Idea

• Beaucoup de paramètres

et de techniques

Important de développer une intuition

Experiment

Crédit : Andrew Ng

Optimisation vs. gradient

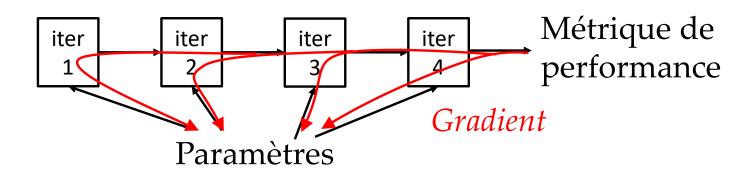
- Théorème d'approximation universelle ne dit pas comment trouver cette fonction
- Relation incestueuse entre les architectures développées (dérivable endto-end) et les méthodes d'optimisation
- Autres approches (Hebbian), mais on n'en parlera pas dans le cours

Toujours besoin de beaucoup de données?

- Non, si l'on passe par des réseaux préentraînés
- Fantastiques extracteurs de caractéristiques
- Résultats dépassent souvent l'état de l'art pré-Deep

Paradigme du graphe de calcul

- Plus qu'un à-côté des recherches en Deep
- Nouvelle manière de voir les algorithmes
 - Prend algo traditionnel
 - Rend pleinement différentiable (soft)
 - choix binaire 0-1 → sigmoïde (NetVLAD)
 - « Dérouler » l'exécution



Differentiable Particle Filters: End-to-End Learning with Algorithmic Priors, R. Jonschkowski et al., 2018.

Deep Learning: appel à la prudence

• Excellente présentation NIPS 2017 d'Ali Rahimi : Deep Learning is alchemy

• https://youtu.be/Qi1Yry33TQE

• Doit chercher plus de rigueur, comprendre ce qui se passe

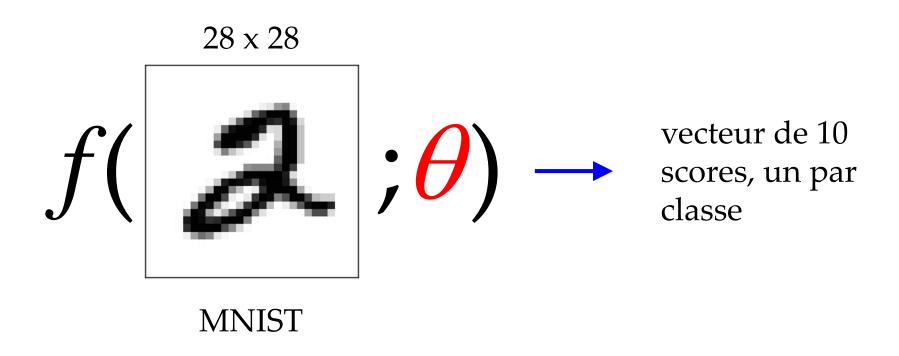
Deep Learning: appel à la prudence

Troubling Trends in Machine Learning Scholarship, Lipton et al., 2018

- 1. Failure to distinguish between explanation and speculation.
- 2. Failure to identify the sources of empirical gains, e.g. emphasizing unnecessary modifications to neural architectures when gains actually stem from hyperparameter tuning.
- 3. Mathiness: the use of mathematics that obfuscates or impresses rather than clarifies, e.g. by confusing technical and non-technical concepts.
- 4. Misuse of language, e.g. by choosing terms of art with colloquial connotations or by overloading established technical terms.

Exemples d'applications

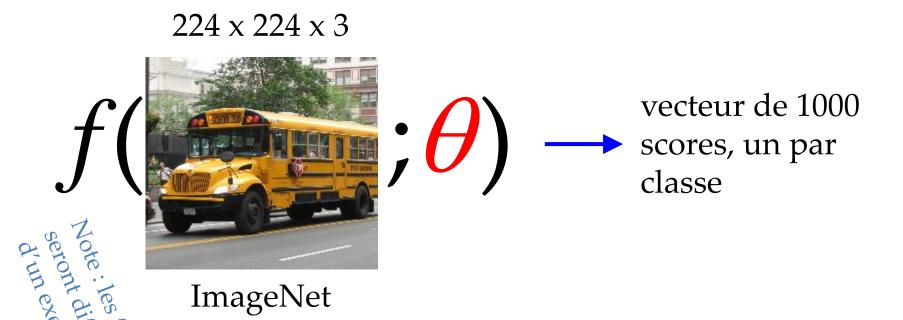
Reconnaissance de caractères



 θ : paramètres de la fonction

(Labo 1)

Reconnaissance d'images



 θ : paramètres de la fonction



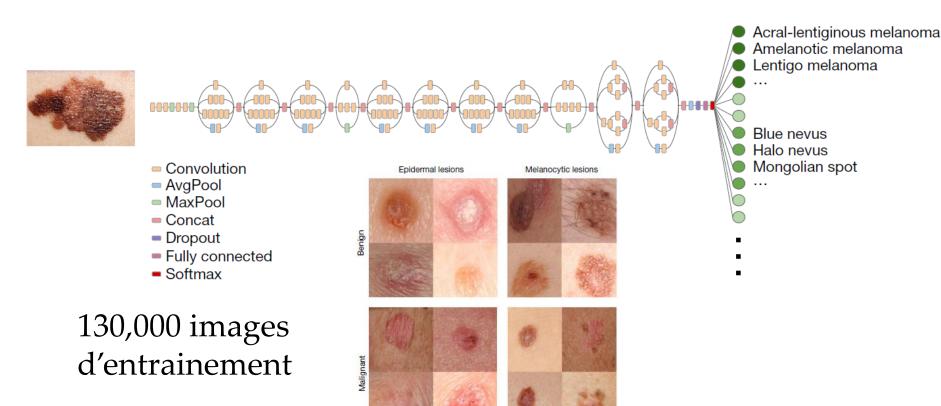
Dermatologist-level classification of skin cancer with deep neural networks

Andre Esteva^{1*}, Brett Kuprel^{1*}, Roberto A. Novoa^{2,3}, Justin Ko², Susan M. Swetter^{2,4}, Helen M. Blau⁵ & Sebastian Thrun⁶

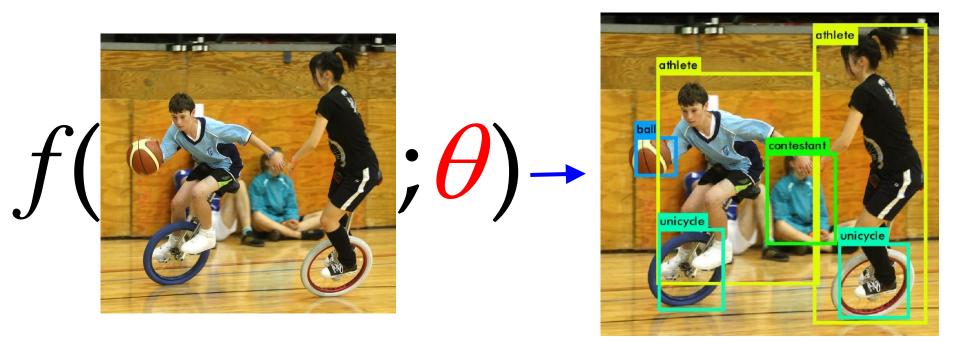
Skin lesion image

Deep convolutional neural network (Inception v3)

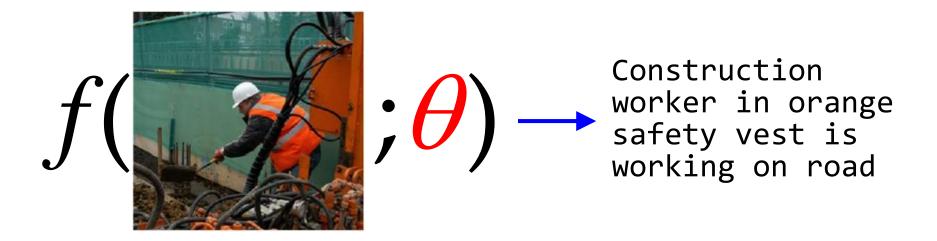
Training classes (757)



Détection d'objets



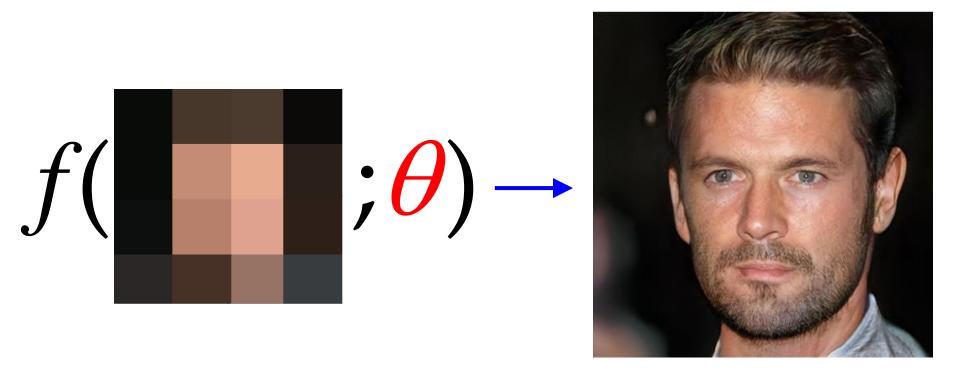
Description d'images



Qui est cet acteur?



Génération d'images



Karras et al., Progressive Growing of GANs for improved quality, stability and variation, ICLR 2018.

Génération d'images (NVIDIA)



Reconnaissance voix

$$f(w) \cdot \theta \rightarrow 0$$
 Ok Google, where is my car

Génération de voix : Tacotron 2

Note : exemple d'entraînement :



« George Washington was the first President of the United States »

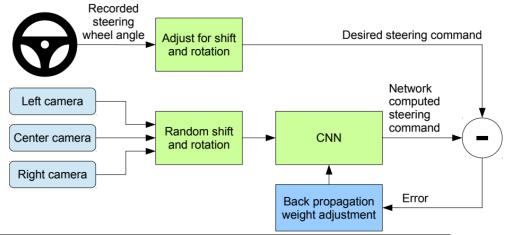


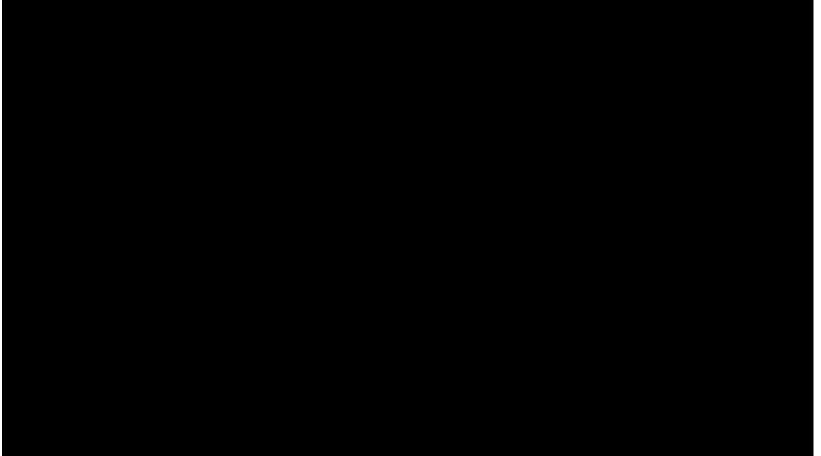


Traduction automatique

$$f(\begin{array}{c} \text{I think,} \\ \text{therefore} \\ \text{I am.} \end{array}) \longrightarrow \begin{array}{c} \text{Je pense} \\ \text{donc je} \\ \text{suis.} \end{array}$$

Apprentissage visuomoteur





Transfert de style

$$G(;\theta) \rightarrow F(;\theta) \rightarrow F(;\theta$$

Zhu et al., Unpaired Image-to-Image Translation using Cycle-Consistent Adversarial Networks, CVPR 2017.

Transfert de style

Monet C Photos

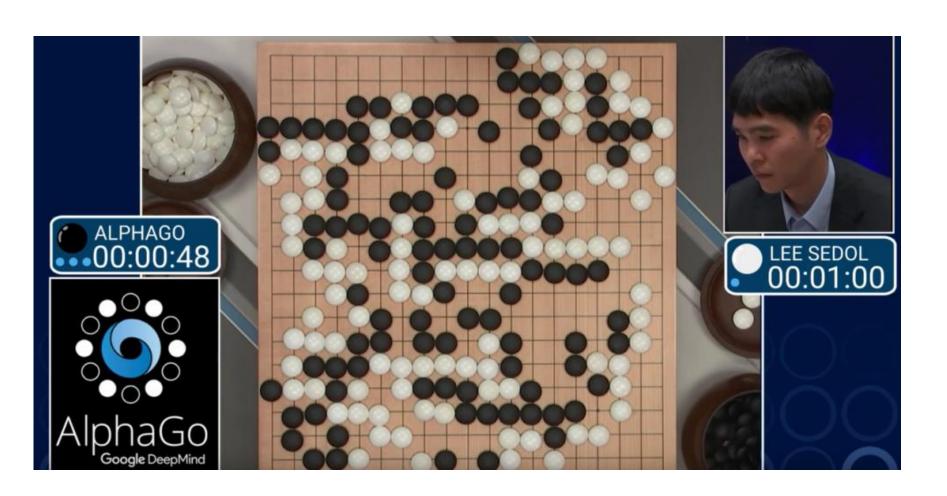


Monet \longrightarrow photo



photo \rightarrow Monet

Jeu de Go (2017)



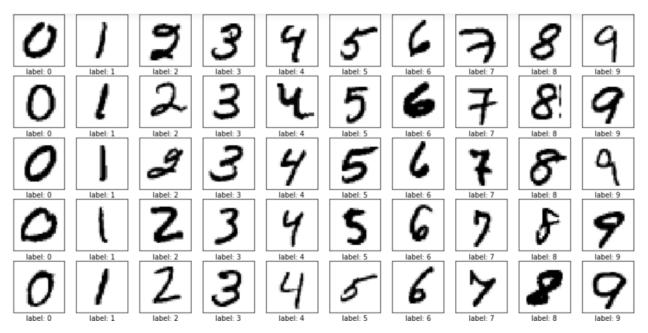
Jeu Starcraft (2019)

- Programme AlphaStar de Deepmind
- Niveau Grand maître pour Starcraft
 - meilleur que 99.8% des joueurs humains
- Basé sur des approches d'apprentissage génériques
 - réseaux pour les stratégies et contre-stratégies

Réseaux classiques peu profonds : classification d'images

MNIST

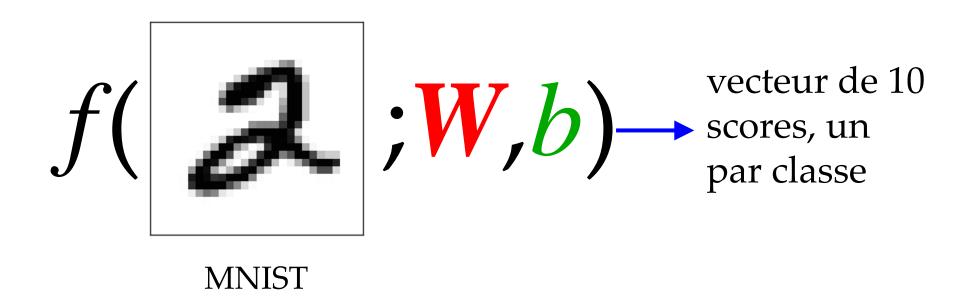
- 10 chiffres
- 70,000 images de 28 × 28 pixels



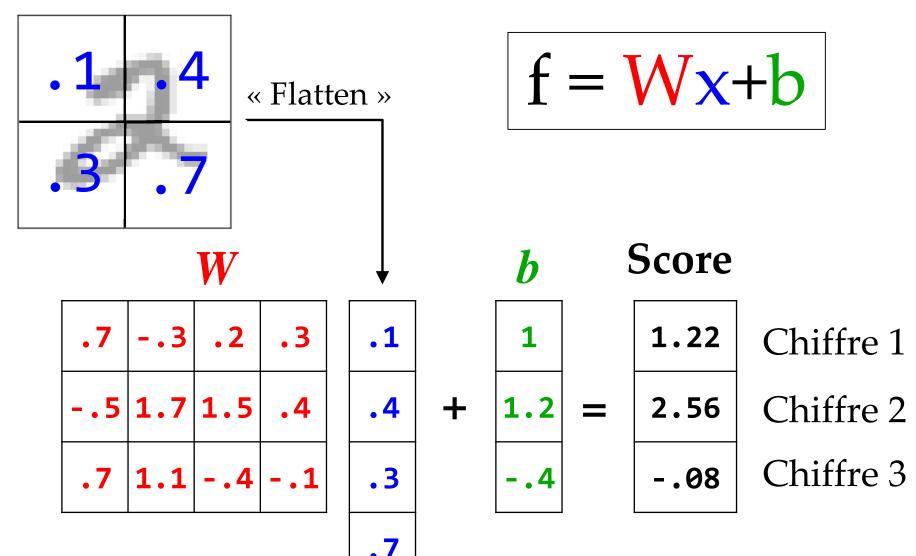
Source: http://blog.welcomege.com/mnist-database/

Classificateur linéaire sur MNIST

- Le plus simple possible : linéaire
- Paramètres W (taille $c \times n$) + biais b (taille $c \times 1$)
 - n : nombre de pixels
 - c : nombre de classes

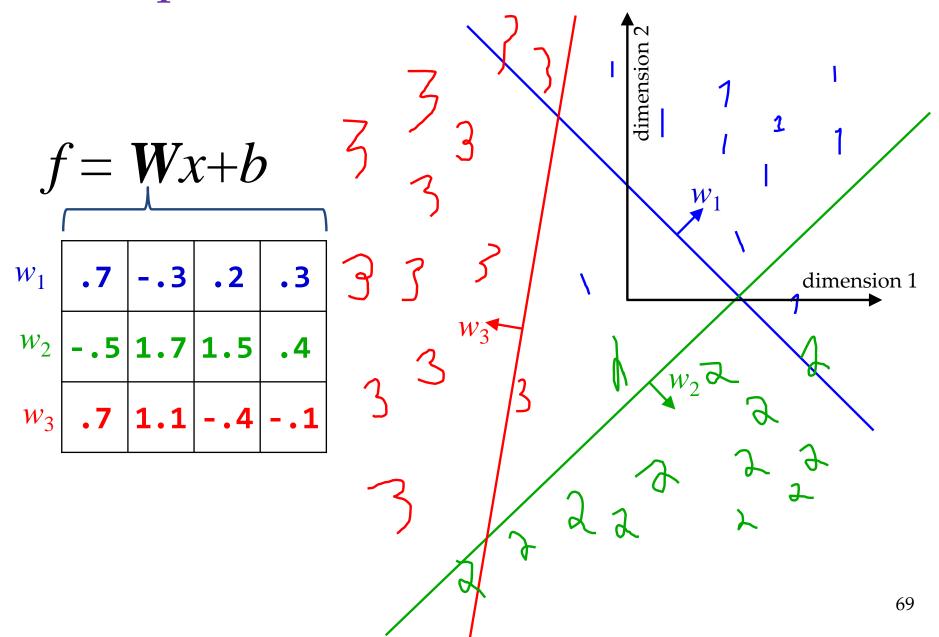


Exemple simplifié



68

Interprétation classificateur linéaire



Réseau 1 couche linéaire

- Image $28x28 \rightarrow 784x1$
- Matrice **W** 10x784
- Biais *b* 10x1
- Initialisé au hasard
- Entrainement SGD sur perte *multiclass hinge loss*

```
def forward(self, x):
    x = x.view(-1, 784) # Flatten
    x = self.fc1(x)
    return x

+ grand
```

 $L = \frac{1}{m} \sum_{i \neq cible} \max(0, 1 - sortie(cible) + sortie(i))$

self.fc1 = nn.Linear(784, 10)

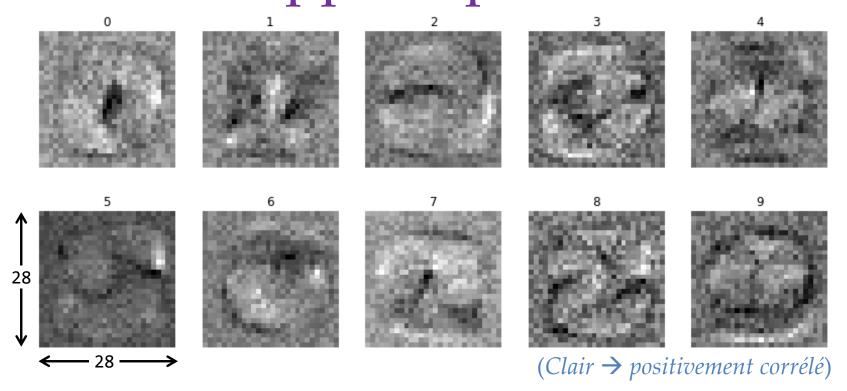
super(SimpleLinear, self).__init__()

class SimpleLinear(nn.Module):

def init (self):

- Train set: 60,000 exemples
- Test set: 10,000 exemples (non vues à l'ent.)
- Résultat ~92% précision sur test

Poids W appris: patrons 28×28



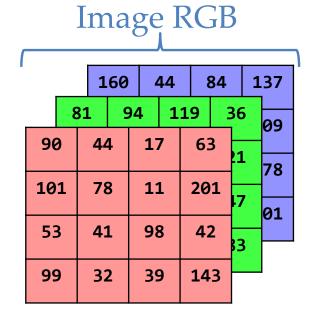
- On voit corrélation spatiale sur pixels voisins
- Réseau doit la découvrir : doit avoir plus d'exemples d'entraînement (sample efficiency)
- Si applique permutation identique sur les pixels, même précision

Sur images couleur CIFAR-10

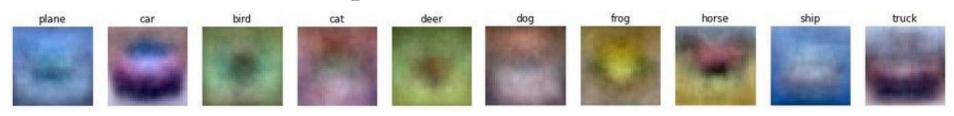


cs231n

$$32 \times 32 \times 3 = 3072$$



Exemple de W trouvé

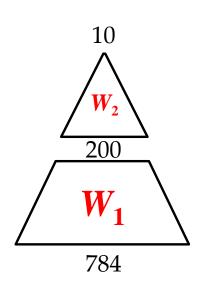


Réseau 2 couches linéaires

- Matrice W_1 200x784, bias b_1 200x1
- Matrice W_2 10x200, biais b_2 10x1
- # paramètres ~160,000
 - précédent ~8,000 paramètres
- Résultats? Encore ~92%!
- Pas plus expressif que linéaire 1 couche, car se simplifie :

$$W_2(W_1x+b_1) + b_2 = Wx+b$$

• Ajout de non-linéarités pour augmenter la puissance d'expression



flot

Opérations linéaire

non-linéarité

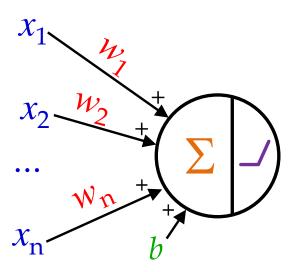
Opérations linéaire

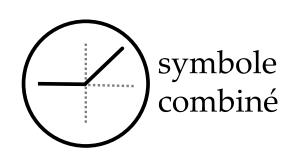
non-linéarité

Opérations linéaire Ajout de non-linéarité

Pré-activation :
$$z = b + \sum_{i} w_i x_i = b + w^T x$$

Activation : $h = g(z) \leftarrow \text{non-linéaire}$

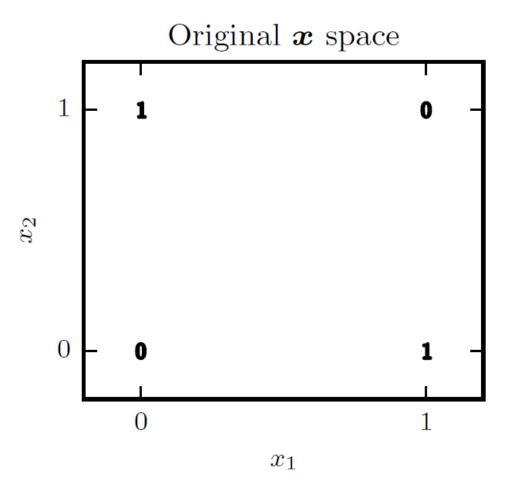




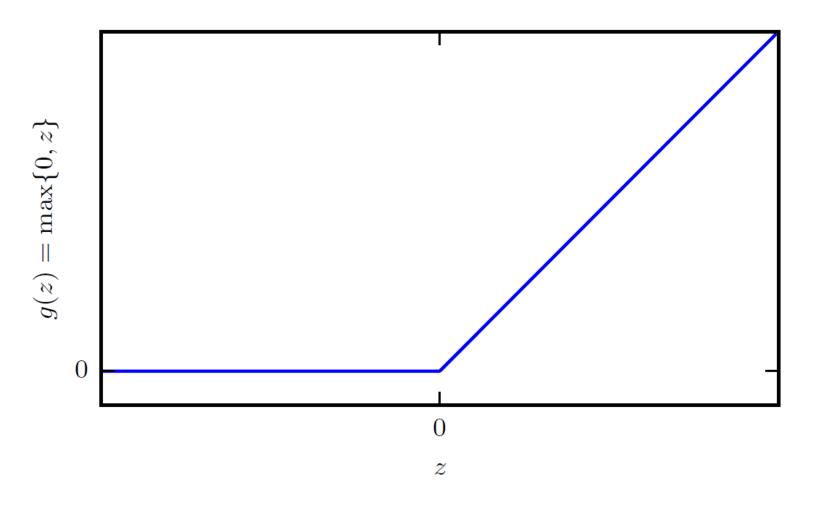
non-linéarité

Exemple classique : XOR

Non-séparable linéairement



Activation non-linéaire ReLU



(La plus populaire en ce moment)

Solution XOR (format vectorisé)

4 exemples

$$X = \begin{bmatrix} x^{(1)} & x^{(2)} & x^{(3)} & x^{(4)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

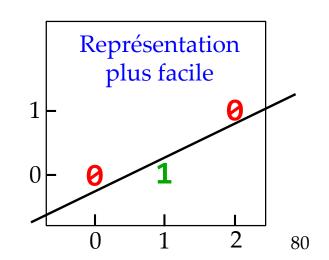
$$W_{1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, b_{1} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \qquad Y = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

4 pré-activations

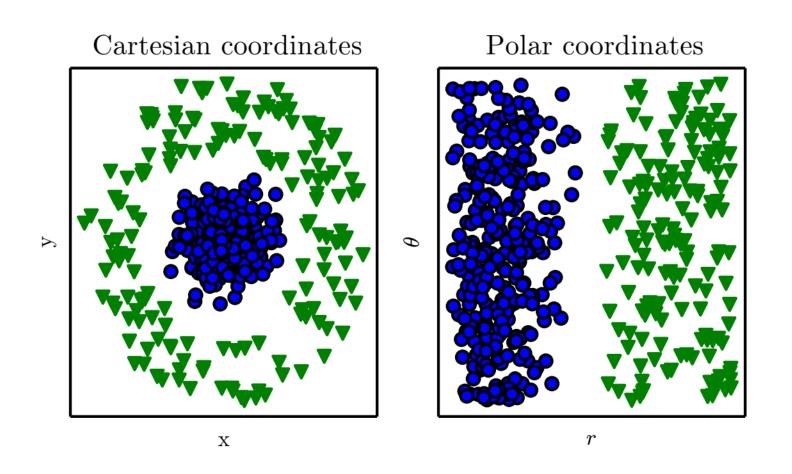
$$Z = \begin{bmatrix} z_1^{(1)} & z_1^{(2)} & z_1^{(3)} & z_1^{(4)} \end{bmatrix} = W_1 X + b_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$Z = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$g(Z) = \max \left(0, \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
ReLU

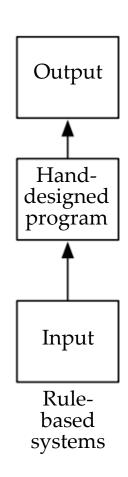


Importance de la représentation



L'un est séparable linéairement, l'autre non

Contraste avec approches traditionnelles



Contraste avec Output approches traditionnelles Output Mapping Output from **Appris** features conjointement Additional Mapping Mapping layers of Output from from more abstract features features features Hand-Hand-Simple designed designed Features features program features Input Input Input Input Deep Rule-Classic Learning based machine learning systems Representation Learning

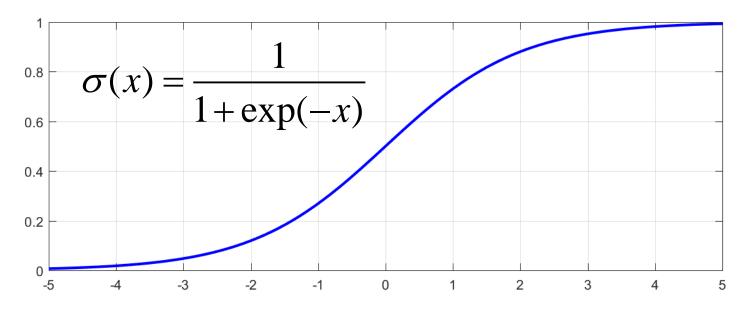
Fonctions d'activations

Rôles

- Apporte une non-linéarité dans le réseau
- Situé à l'interne, ou en sortie
- Considérations :
 - difficulté d'entraînement (son gradient)
 - comportement se rapproche :
 - de ce que l'on cherche à prédire en sortie (probabilités, one-hot vector, angles, déplacements, etc.)
 - action particulière (gating)
 - temps de calcul

Fonction d'activation: sigmoide

- Une des premières utilisées
- Si on désire une sortie entre 0 et 1 (squashing)



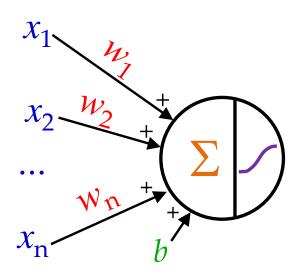
 Tombée en désuétude comme non-linéarité de base

Exemple utilisation sigmoïde

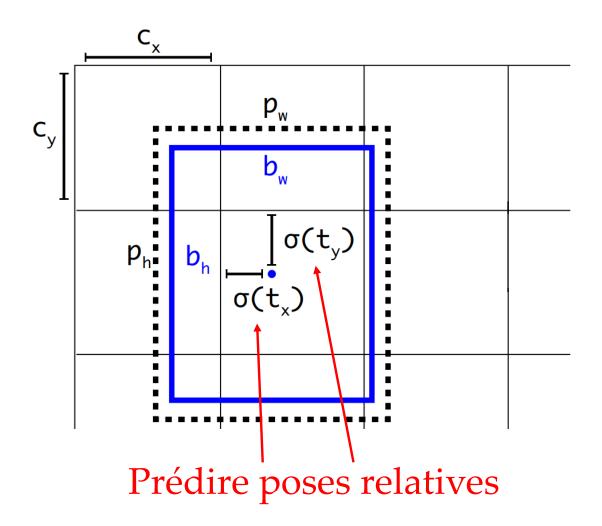
• Prédiction binaire (logistic regression)

$$P(y=1|x)$$

$$sortie = \sigma(w^T x + b)$$

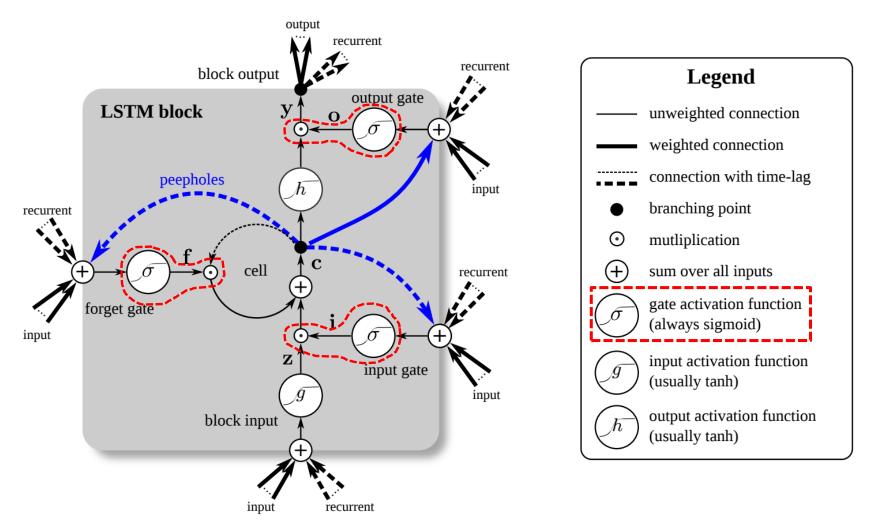


Exemples utilisation sigmoide



Exemple utilisation sigmoide

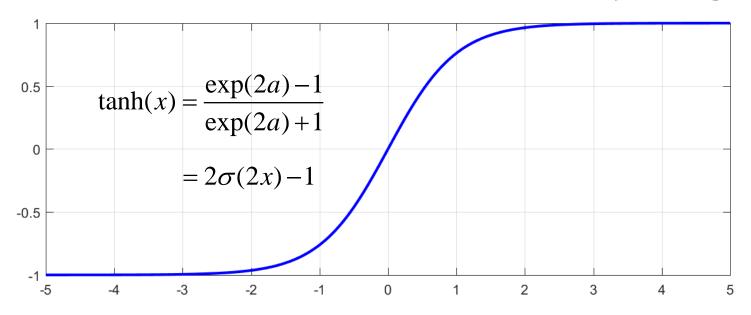
• gating dans Long short-term memory



Greff et al. LSTM: A Search Space Odyssey, T. on Neural Networks and Learning Systems, Oct 2017.

Fonction d'activation: tanh

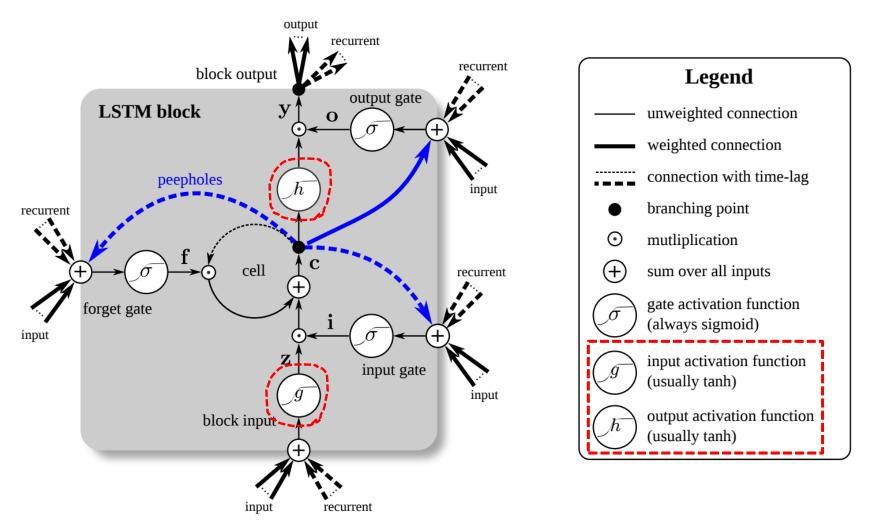
- Autre fonction historique
- Désire une sortie entre -1 et 1 (squashing)



• Donne une sortie centrée à 0 (préférable à 0.5 de la sigmoïde)

Exemple utilisation tanh

• LSTM: Long short-term memory

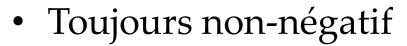


Greff et al. LSTM: A Search Space Odyssey, T. on Neural Networks and Learning Systems, Oct 2017.

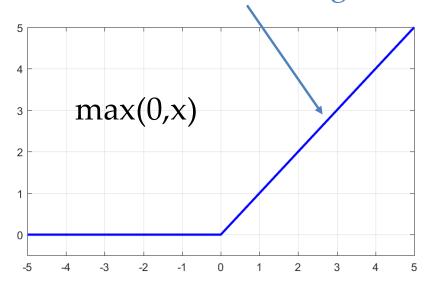
ReLU

Quasi-linéarité : rend l'entrainement plus facile via descente de gradient

 La plus populaire comme non-linéarité



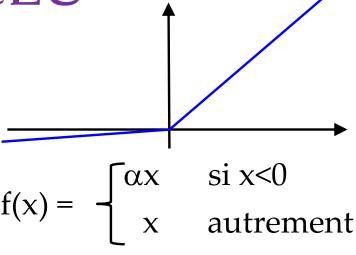
- moyenne sortie biaisée +
- Pas de limite supérieure
- Facile à calculer (**exp** est plus long)



- Accélère l'entraînement des réseaux (facteur 6 pour AlexNet).
- Résulte en des activations parcimonieuses (certains neurones sont à 0)
 - Parfois des neurones vont mourir, particulièrement si learning rate est trop grand ☺
- Rarement utilisé en sortie du réseau

Leaky ReLU

- Gradient = 0 signifie impossibilité d'entraîner
- Pente très légère dans la partie négative : leaky ReLU

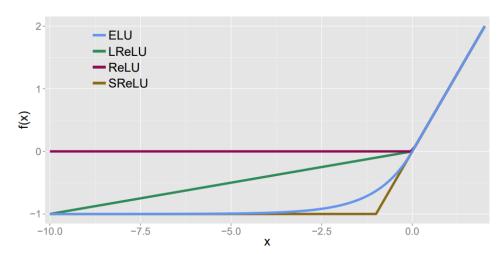


- Si un paramètre α (entraînable) par neurone/couche, on obtient la PReLU [1]
- Donne des distributions de sorties plus centrées à 0 que ReLU

Autres activations

• Maxout [1]: $\max(w_1^Tx+b_1, w_2^Tx+b_2)$

• ELU [2]



Parametric ELU [3]

^[1] Goodfellow et al., Maxout Network, ICML 2013.

^[2] Clevert et al., Fast and Accurate Deep Network Learning by Exponential Linear Units (ELUs), ICLR 2016.

^[3] Trottier et al., Parametric exponential linear unit for deep convolutional neural networks, ICMLA 2017.

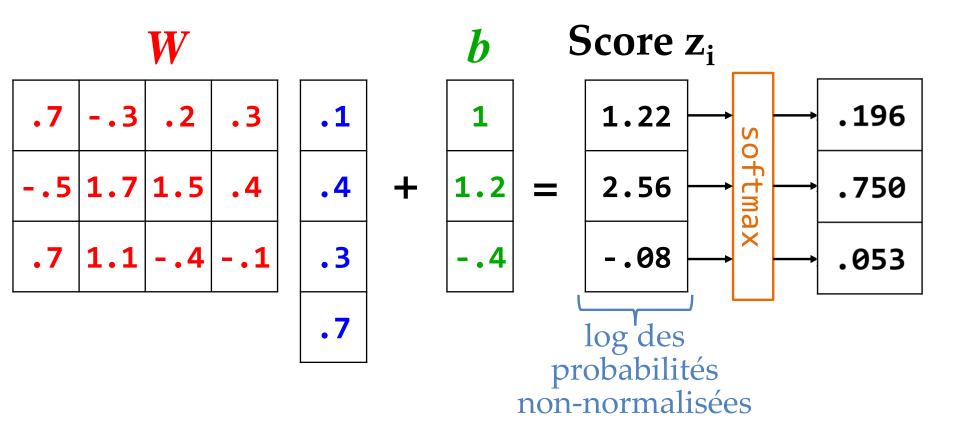
Softmax

- Utilisé en sortie, prédiction multi-classe
- Version continue, *douce*, de max([...])

$$\hat{y}_i = \frac{\exp(z_i)}{\sum_{j \in groupe} \exp(z_j)}$$

- Va dépendre de l'ensemble des sorties du groupe
- Sortie somme à 1, chaque sortie entre 0 et 1 :
 - distribution de probabilité multinouilli
- Manière d'indiquer au réseau de chercher l'appartenance <u>exclusive</u> à une seule classe

Softmax



$$P(classe \mid x) = \frac{\exp(z_i)}{\sum_{j \in groupe} \exp(z_j)}$$

Softmax

- Peut avoir plus d'un softmax en sortie
- Combiner des jeux de données avec différentes granularités de classes
 - chien vs labrador

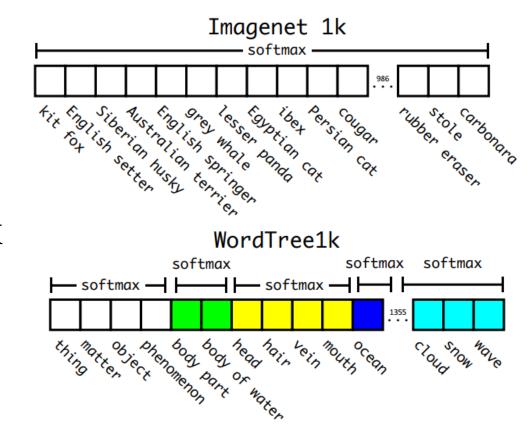


Figure 5: Prediction on ImageNet vs WordTree. Most ImageNet models use one large softmax to predict a probability distribution. Using WordTree we perform multiple softmax operations over co-hyponyms.

Softmax avec température T

$$\hat{y}_i = \frac{\exp(z_i / T)}{\sum_j \exp(z_j / T)}$$

- Si T est élevé, les sorties seront plus égalitaires. Si *T* faible, winner-takes-all
- Utilisé dans :
 - LSTM pour varier la confiance/répartition des sorties
 - distillation des réseaux [1]