

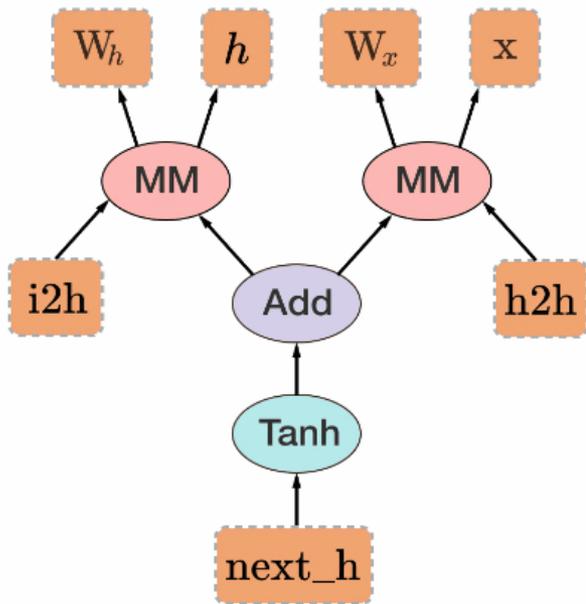
Optimisation pour l'apprentissage profond

Plan

- 1) Rappel sur notions d'apprentissage
- 2) Algorithmes d'optimisation
- 3) Stratégies d'optimisation
- 4) Diagnostique

Retour sur la semaine dernière

$$f(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta})$$



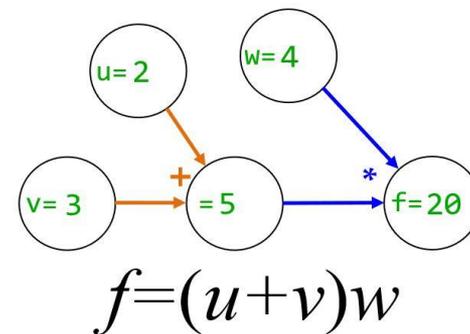
pytorch.org

$$L(f(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta}), y)$$

Entropie croisée:
 $L(\hat{y}, y) = -\log \hat{y}_{cible}$

$$\nabla_{\boldsymbol{\theta}} L(f(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta}), y)$$

Backprop



Cette semaine: comment améliorer les performances du réseau?

Rappel sur notions d'apprentissage

Notion d'apprentissage

- **Risque empirique $J(\boldsymbol{\theta})$**

- Fonction de coût L + distribution de données empirique \hat{p}_{data} :

$$J(\boldsymbol{\theta}) = \mathbb{E}_{(x,y) \sim \hat{p}_{data}} L(f(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta}), y)$$

- **Vrai risque $J^*(\boldsymbol{\theta})$**

- Fonction de coût L + vraie distribution de données p_{data} :

$$J^*(\boldsymbol{\theta}) = \mathbb{E}_{(x,y) \sim p_{data}} L(f(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta}), y)$$

Notion d'apprentissage

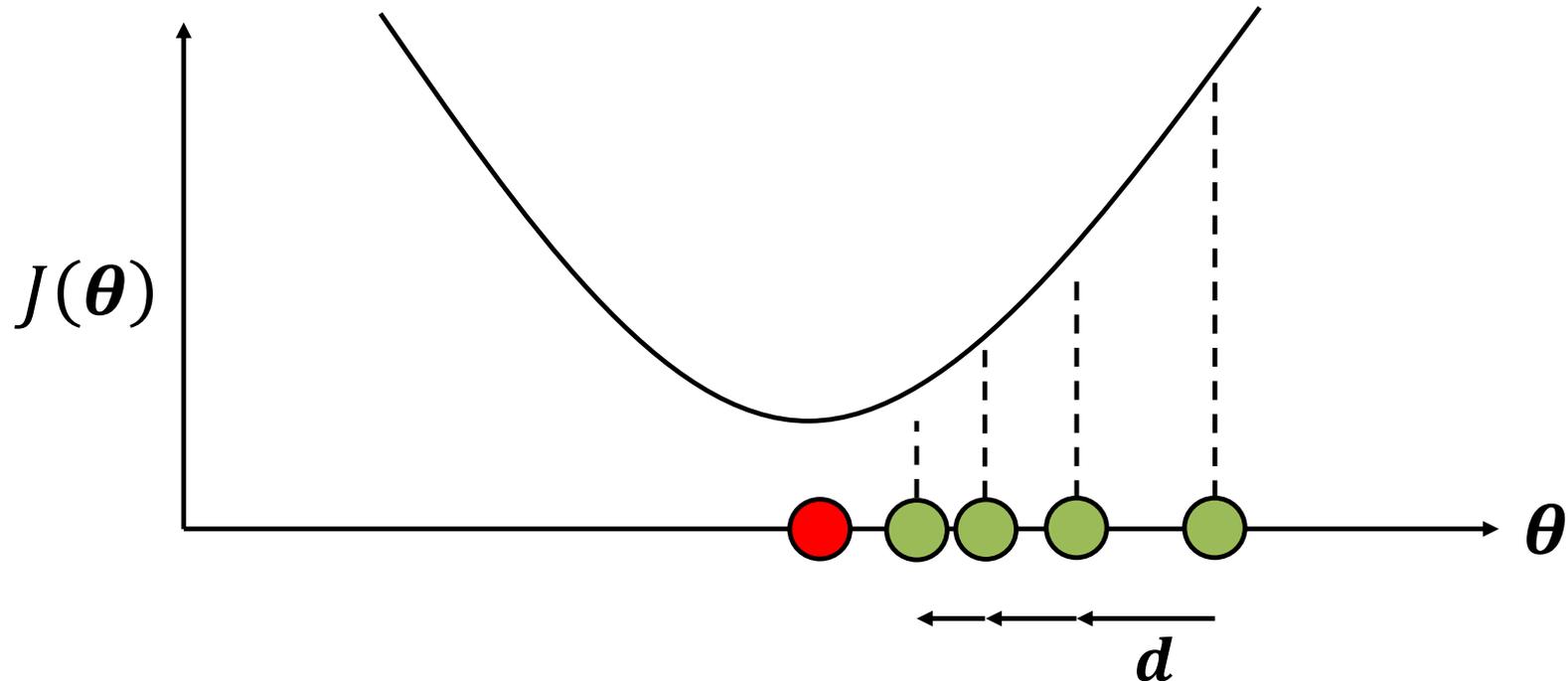
- Accès à p_{data} \rightarrow vrai risque $J^*(\boldsymbol{\theta}) \rightarrow$ **optimisation standard**
- Accès à \hat{p}_{data} \rightarrow risque empirique $J(\boldsymbol{\theta}) \rightarrow$ **problème d'apprentissage**
- On a jamais accès à p_{data} .
- En résumé
 - On minimise directement $J(\boldsymbol{\theta})$.
 - Espérer minimiser aussi $J^*(\boldsymbol{\theta})$.

Algorithmes d'optimisation

Descente du gradient

- Concept
 - Déterminer un vecteur directionnel \mathbf{d} basé sur le gradient $\nabla_{\theta}J(\boldsymbol{\theta})$.
 - Mettre à jour les paramètres:
$$\boldsymbol{\theta} \leftarrow \boldsymbol{\theta} - \mathbf{d}$$
 - Répéter jusqu'à convergence.
- Pourquoi est-ce que ça fonctionne ?
 - $\nabla_{\theta}J(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{0} \rightarrow \boldsymbol{\theta}$ est un point critique.
 - Aide à trouver les extremums.

Descente du gradient



- Convergence
 - $J(\theta)$ cesse de diminuer.
 - $J(\theta)$ oscille autour d'une certaine valeur (petite variance).

Notion de gradient

- Rappel

$$J: \mathbb{R}^D \rightarrow \mathbb{R}$$
$$\boldsymbol{\theta} \mapsto J(\boldsymbol{\theta})$$

- Gradient

- $\nabla_{\boldsymbol{\theta}} J(\boldsymbol{\theta}) \in \mathbb{R}^d \equiv$ **vecteur** des dérivées partielles de J par rapport aux entrées de $\boldsymbol{\theta}$:

$$\nabla_{\boldsymbol{\theta}} J(\boldsymbol{\theta}) = \left[\frac{\partial J(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}_1}, \dots, \frac{\partial J(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}_D} \right]$$

Notion de gradient

- Dérivation du gradient

$$\begin{aligned}\nabla_{\boldsymbol{\theta}} J(\boldsymbol{\theta}) &= \nabla_{\boldsymbol{\theta}} \mathbb{E}_{(x,y) \sim \hat{p}_{data}} L(f(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta}), y) \\ &= \nabla_{\boldsymbol{\theta}} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N L(f(\mathbf{x}^{(i)}; \boldsymbol{\theta}), y^{(i)}) \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \nabla_{\boldsymbol{\theta}} L(f(\mathbf{x}^{(i)}; \boldsymbol{\theta}), y^{(i)})\end{aligned}$$

- $\nabla_{\boldsymbol{\theta}} J(\boldsymbol{\theta}) \equiv$ moyenne

Algorithmes d'optimisation

- Descente du gradient:
 1. par batch
 2. stochastique
 3. avec momentum
 4. accéléré de Nesterov
 5. Adagrad
 6. RMSprop
 7. Adam

1. Descente du gradient par batch

- Vecteur directionnel

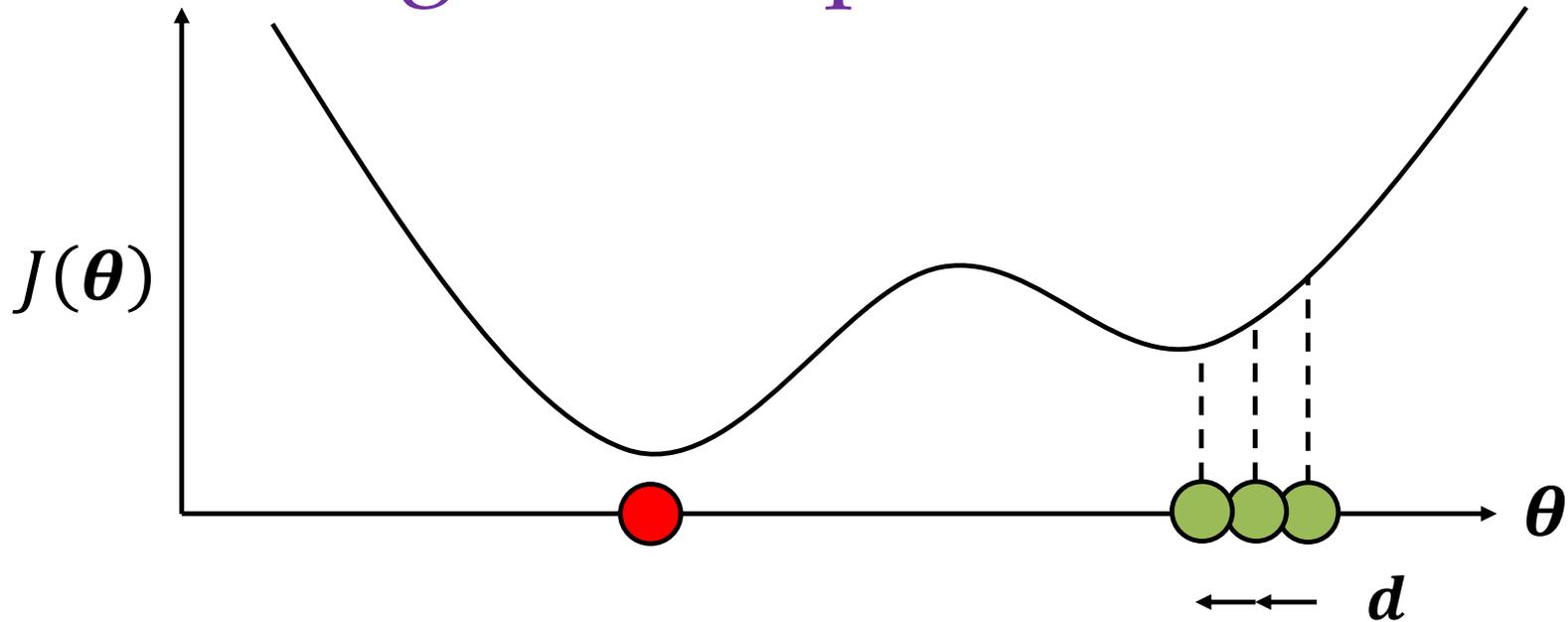
$$\begin{aligned} \mathbf{d} &= \epsilon_t \cdot \nabla_{\boldsymbol{\theta}} J(\boldsymbol{\theta}) \\ &= \epsilon_t \cdot \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \nabla_{\boldsymbol{\theta}} L(f(\mathbf{x}^{(i)}; \boldsymbol{\theta}), y^{(i)}) \end{aligned}$$

ϵ_t = **taux d'apprentissage** à l'itération t .

- MAJ:

$$\boldsymbol{\theta} \leftarrow \boldsymbol{\theta} - \mathbf{d}$$

Inconvénients de la descente du gradient par batch



- Trop sensible au minimum / maximum locaux pour être utilisable en pratique.

Inconvénients de la descente du gradient par batch

- Autres inconvénients
 - Traiter tous les exemples d'entraînement $(\mathbf{x}^{(i)}, y^{(i)})$ donne **une seule** mise-à-jour.
 - Pas de MAJ entre $(\mathbf{x}^{(i)}, y^{(i)})$ et $(\mathbf{x}^{(i+j)}, y^{(i+j)})$
 - Erreur semblable \rightarrow gradient semblable \rightarrow redondance

2. Descente du gradient stochastique

- SGD
 - *stochastic gradient descent*
 - Une **batch** de taille $m \rightarrow$ une MAJ

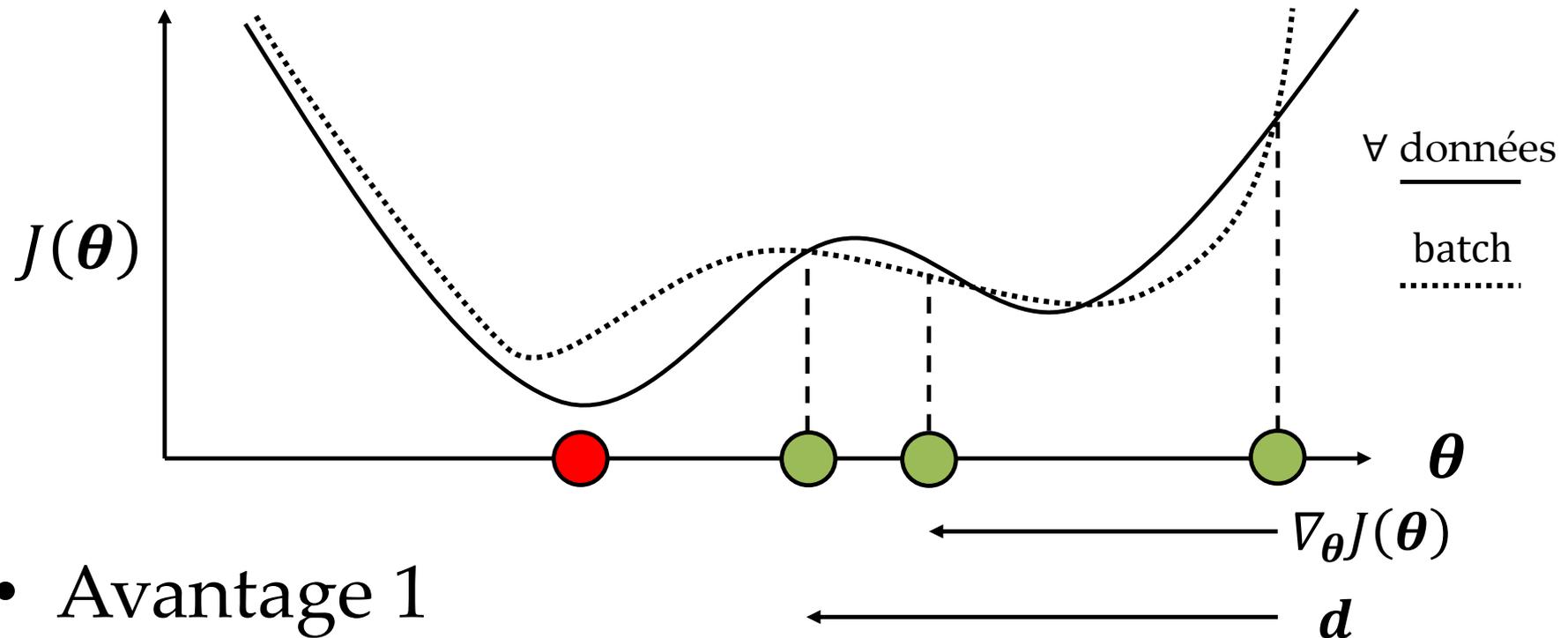
- Vecteur directionnel

$$\mathbf{d} \leftarrow \epsilon_t \cdot \hat{\mathbf{g}} = \epsilon_t \cdot \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \nabla_{\boldsymbol{\theta}} L(f(\mathbf{x}^{(i)}; \boldsymbol{\theta}), y^{(i)})$$

- Algorithme

1. Échantillonnage: $(\mathbf{x}^{(i)}, y^{(i)}) \sim \hat{p}_{data}, 1 \leq i \leq m.$
2. Gradient: $\hat{\mathbf{g}}$
3. MAJ: $\boldsymbol{\theta} \leftarrow \boldsymbol{\theta} - \mathbf{d}$

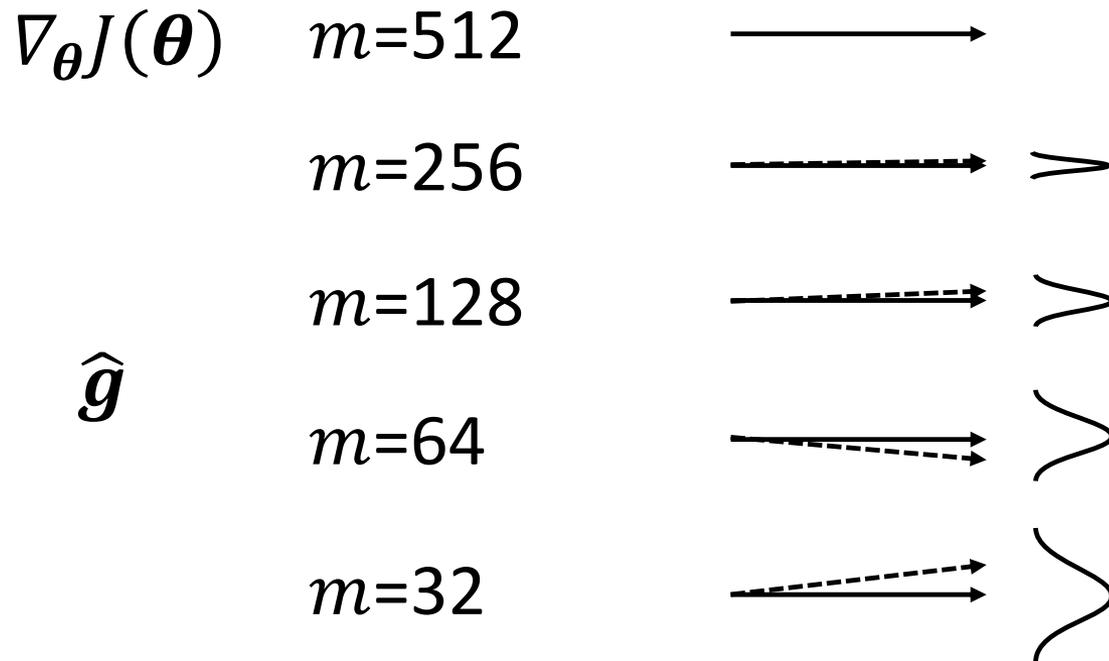
Avantages de la descente du gradient stochastique



- Avantage 1
 - $\nabla_{\theta} J(\theta) \approx \hat{\mathbf{g}}$
 - $\hat{\mathbf{g}}$ = version bruitée du gradient.
 - Bruit aide à sortir des min / max locaux.

Avantages de la descente du gradient stochastique

- Avantage 2
 - Une batch de taille m réduit l'incertitude du gradient de $O(\sqrt{m})$.
 - Direction semblable avec moins de données.

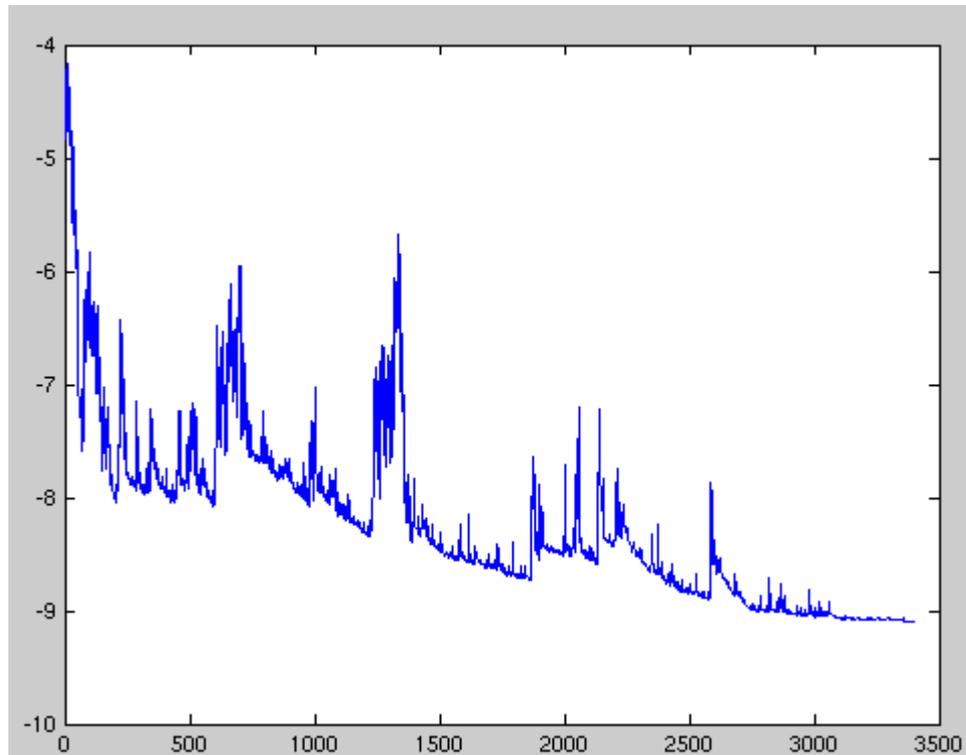


Avantages de la descente du gradient stochastique

- Avantage 3
 - MAJ entre $(\mathbf{x}^{(i)}, y^{(i)})$ et $(\mathbf{x}^{(i+j)}, y^{(i+j)})$
 - Diminue la redondance si erreur semblable.
 - Convergence possible avant même de voir tous les exemples.
- Avantage 4
 - Traitement parallèle de la batch.
- Avantage 5
 - Optimisation hardware quand $m = 2^k$

Inconvénient #1 de la descente du gradient stochastique

- Variance \rightarrow fluctuation



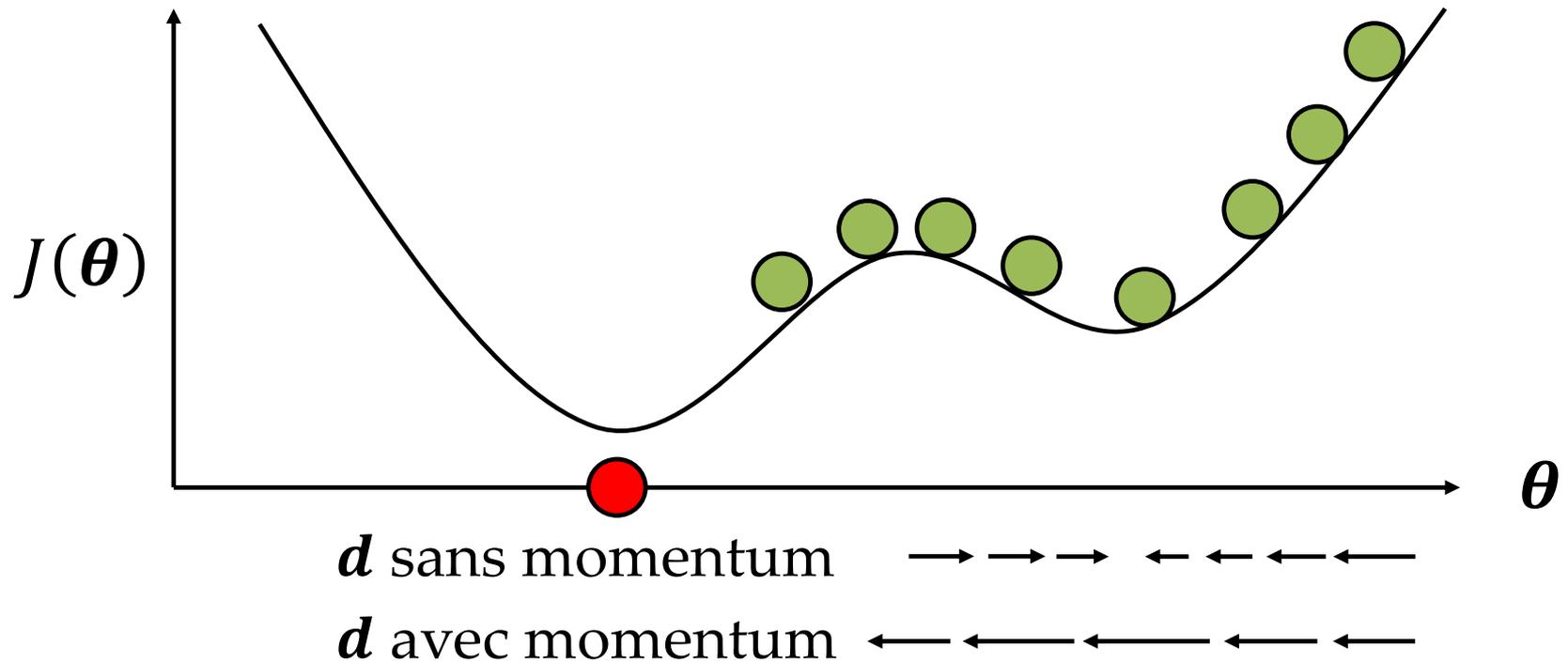
[Wikipédia](#)

Inconvénient #2 de la descente du gradient stochastique

- Taux d'apprentissage ϵ a une grande influence
 - À suivre... (section stratégies d'optimisation)

3. SGD + Momentum

- Concept
 - Ajouter à SGD une dynamique Newtonnienne.

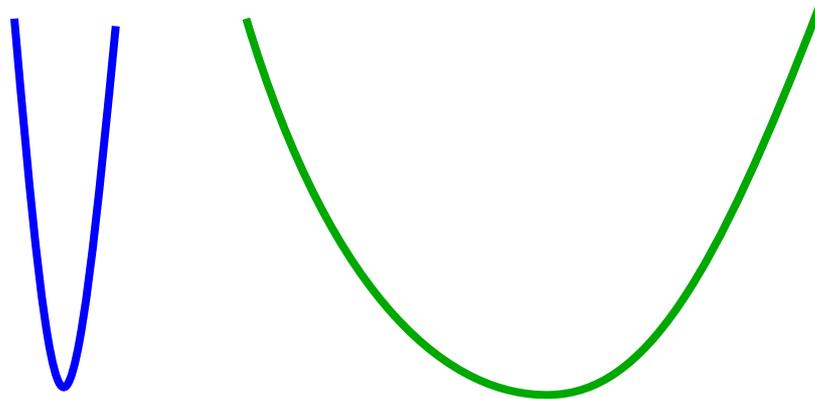


SGD + Momentum

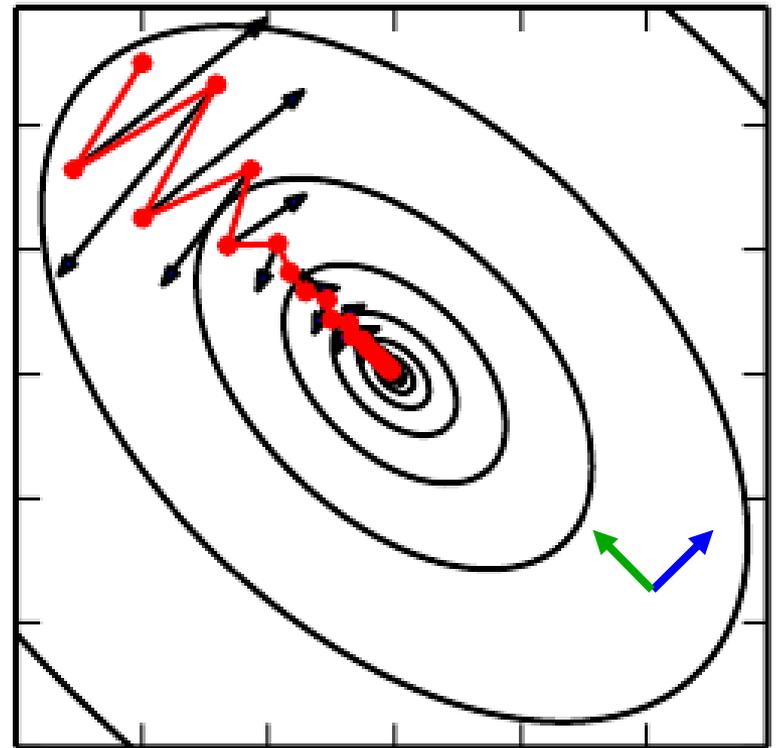
- Vitesse $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^D$
 - Estimation des directions précédentes.
- Facteur d'oubli $\alpha \in [0, 1)$
 - $\alpha \rightarrow 0 \equiv$ SGD standard
 - Valeur suggérée: $\alpha = 0.9$
- Algorithme
 1. Échantillonnage: $(\mathbf{x}^{(i)}, y^{(i)}) \sim \hat{p}_{data}, 1 \leq i \leq m.$
 2. Gradient: $\hat{\mathbf{g}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \nabla_{\boldsymbol{\theta}} L(f(\mathbf{x}^{(i)}; \boldsymbol{\theta}), y^{(i)})$
 3. Vitesse: $\mathbf{v} \leftarrow \alpha \mathbf{v} - \epsilon_t \cdot \hat{\mathbf{g}}$
 4. MAJ: $\boldsymbol{\theta} \leftarrow \boldsymbol{\theta} + \mathbf{v}$

Avantage de SGD + Momentum

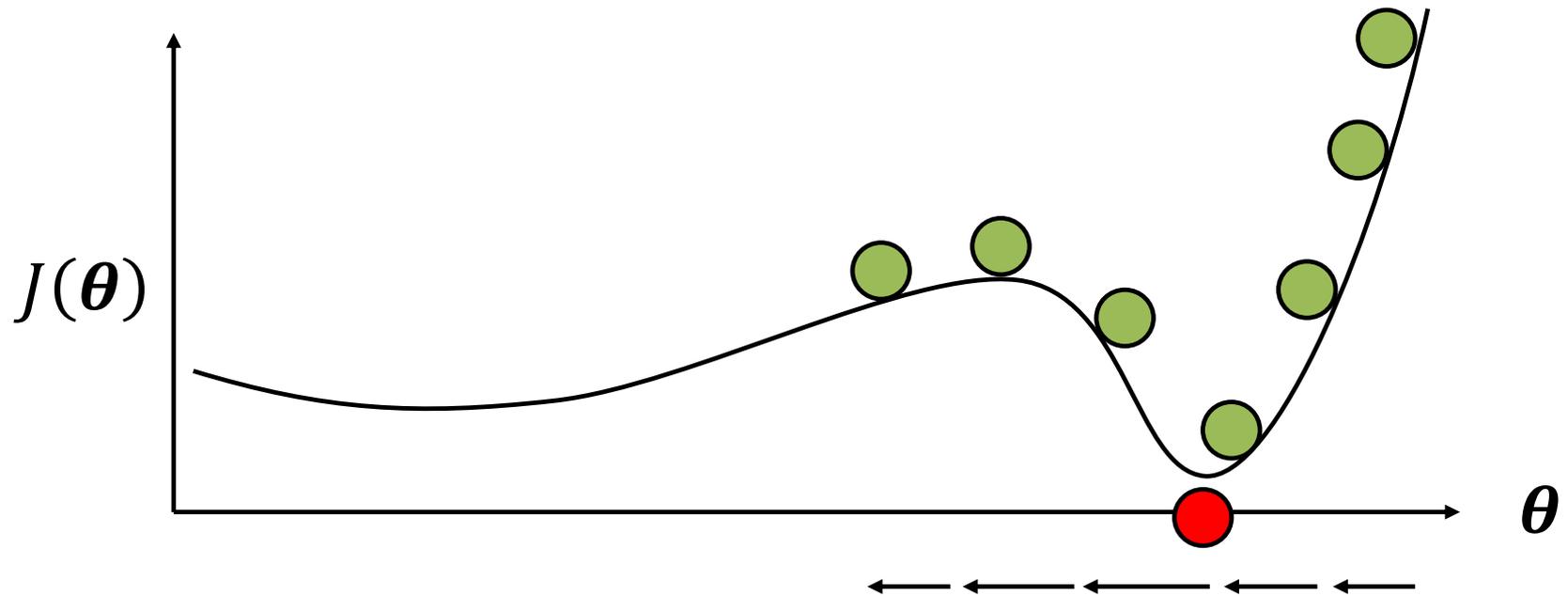
- Avantage
 - Le momentum aide lorsqu'il y a des ravins.
 - Les MAJ de θ tendent à s'aligner.



rouge = avec momentum
noir = sans momentum



Inconvénient de SGD + Momentum



- Problème
 - Peut survoler les min / max locaux.
 - Mais, peut dépasser le min global.

4. SGD + Momentum accéléré de Nesterov

- But
 - MAJs s'adaptent plus rapidement à la courbe.
- Concept
 - Appliquer une **correction** sur le *jump* du momentum.
- Différence importante
 - La position où on évalue le gradient.

SGD + Momentum de Nesterov

- Algorithme

1. Échantillonnage: $(\mathbf{x}^{(i)}, y^{(i)}) \sim \hat{p}_{data}, 1 \leq i \leq m.$

2. Point intérimaire: $\bar{\boldsymbol{\theta}} \leftarrow \boldsymbol{\theta} + \alpha \mathbf{v}$

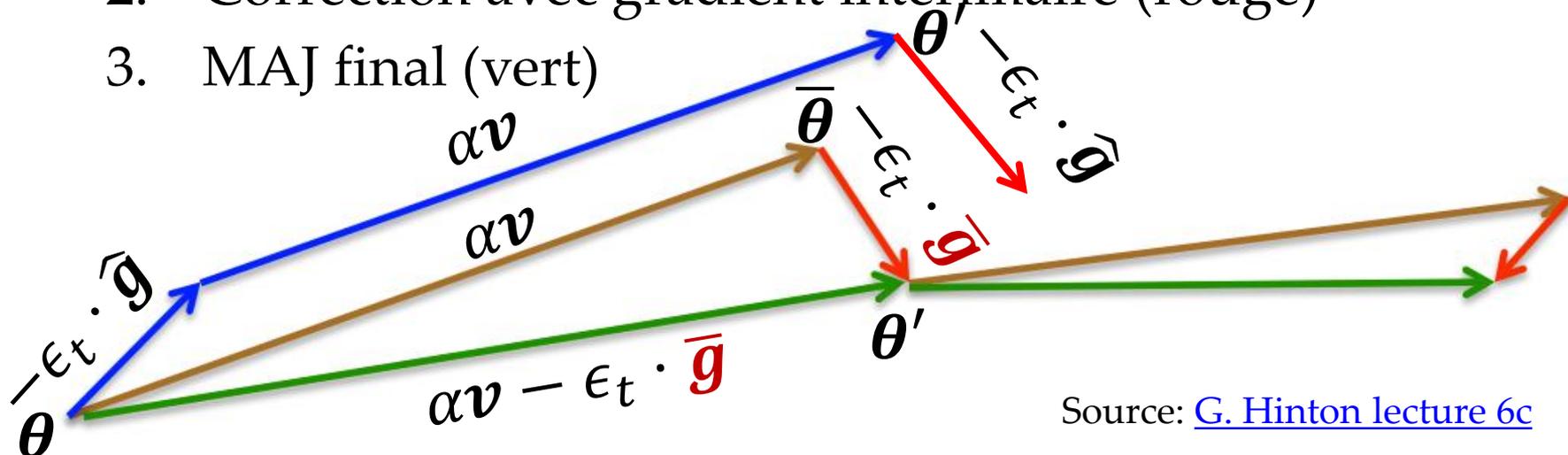
3. Gradient: $\bar{\mathbf{g}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \nabla_{\bar{\boldsymbol{\theta}}} L(f(\mathbf{x}^{(i)}; \bar{\boldsymbol{\theta}}), y^{(i)})$

4. Vitesse: $\mathbf{v} \leftarrow \alpha \mathbf{v} - \epsilon_t \cdot \bar{\mathbf{g}}$

5. MAJ: $\boldsymbol{\theta} \leftarrow \boldsymbol{\theta} + \mathbf{v}$

SGD + Momentum de Nesterov

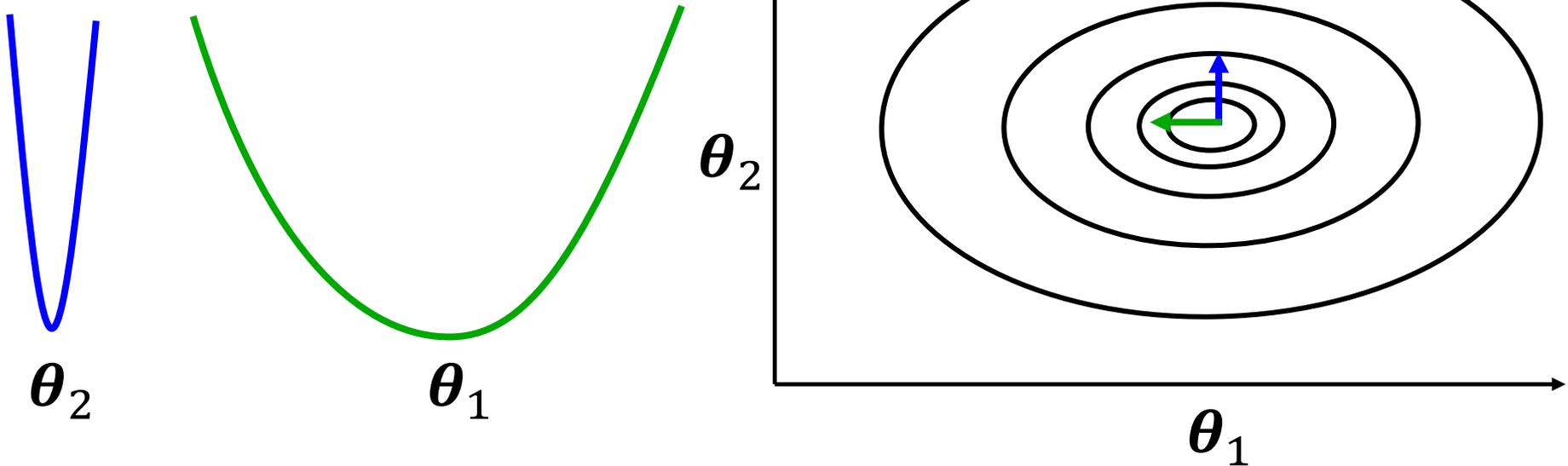
- Momentum standard
 1. Gradient (petit bleu)
 2. Jump direction des gradients accumulés (grand bleu)
- Nesterov
 1. Jump direction des gradients accumulés (brun)
 2. Correction avec gradient intérimaire (rouge)
 3. MAJ final (vert)



Source: [G. Hinton lecture 6c](#)

5. Adagrad

- Concept
 - Adapter la MAJ de chaque paramètre θ_d **individuellement** pour uniformiser le taux de changement.



Adagrad

- Principe
 - θ_k historique petite MAJ \rightarrow augmenter la MAJ à k .
 - θ_k historique grande MAJ \rightarrow diminuer la MAJ à k .
- Méthode
 - **Mettre à l'échelle** la MAJ avec l'inverse de la racine carrée de la somme des gradients.
- Accumulation des gradients $\mathbf{r} \in \mathbb{R}^D$
 - Accumule le carré des gradients.
- Petite constante $\delta \in \mathbb{R}$ pour stabilité numérique.

Adagrad

- Algorithme

1. Échantillonnage: $(\mathbf{x}^{(i)}, y^{(i)}) \sim \hat{p}_{data}, 1 \leq i \leq m.$

2. Gradient: $\hat{\mathbf{g}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \nabla_{\boldsymbol{\theta}} L(f(\mathbf{x}^{(i)}; \boldsymbol{\theta}), y^{(i)})$

3. Accumulation: $\mathbf{r} \leftarrow \mathbf{r} + \hat{\mathbf{g}} \odot \hat{\mathbf{g}}$

4. Mise à l'échelle: $\mathbf{d} \leftarrow \frac{\epsilon_t}{\delta + \sqrt{\mathbf{r}}} \odot \hat{\mathbf{g}}$

5. MAJ: $\boldsymbol{\theta} \leftarrow \boldsymbol{\theta} - \mathbf{d}$

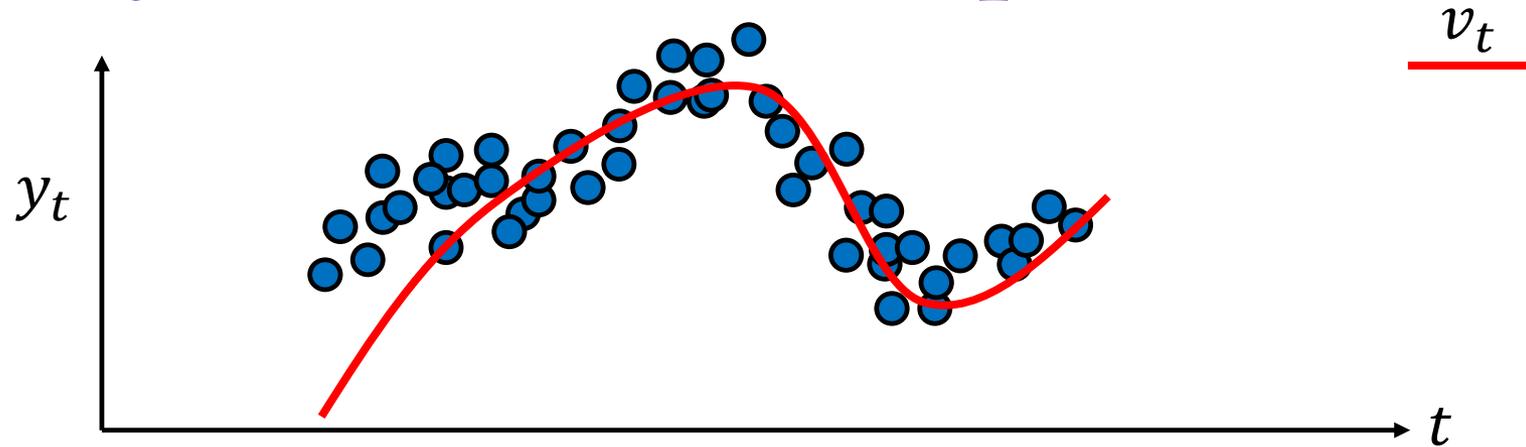
Inconvénient de Adagrad

- Croissance excessive de r
 - Accumulation de valeurs positives $\hat{\mathbf{g}} \odot \hat{\mathbf{g}}$.
 - Les taux d'apprentissage mis à l'échelle $\frac{\epsilon_t}{\delta + \sqrt{r}} \rightarrow \mathbf{0}$ rapidement.

6. RMSprop

- Solution pour régler la croissance de r .
- Concept
 - Remplacer:
 - Accumuler $\hat{g} \odot \hat{g}$ pour tous les \hat{g} depuis le début.
 - Par:
 - Accumuler $\hat{g} \odot \hat{g}$ que pour les plus récents \hat{g} .
- Méthode
 - Utiliser une moyenne mobile exponentielle à taux de décroissance $\rho \in [0, 1]$.
 - Valeur suggérée: $\rho = 0.99$

Moyenne mobile exponentielle



$$v_t = \rho v_{t-1} + (1 - \rho)y_t$$

$$v_0 = 0$$

$$\begin{aligned} v_1 &= 0.99 \cdot v_0 + 0.01 \cdot y_1 \\ &= 0.01 \cdot y_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_2 &= 0.99 \cdot v_1 + 0.01 \cdot y_2 \\ &= 0.0099 \cdot y_1 + 0.01 \cdot y_2 \end{aligned}$$

RMSprop

- Algorithme

1. Échantillonnage: $(\mathbf{x}^{(i)}, y^{(i)}) \sim \hat{p}_{data}, 1 \leq i \leq m.$

2. Gradient: $\hat{\mathbf{g}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \nabla_{\boldsymbol{\theta}} L(f(\mathbf{x}^{(i)}; \boldsymbol{\theta}), y^{(i)})$

3. Accumulation: $\mathbf{r} \leftarrow \rho \mathbf{r} + (1 - \rho) \hat{\mathbf{g}} \odot \hat{\mathbf{g}}$

4. Mise à l'échelle: $\mathbf{d} \leftarrow \frac{\epsilon_t}{\delta + \sqrt{\mathbf{r}}} \odot \hat{\mathbf{g}}$

5. MAJ: $\boldsymbol{\theta} \leftarrow \boldsymbol{\theta} - \mathbf{d}$

7. RMSprop + Momentum

- Méthode:
 - Comme pour SGD, on peut ajouter du momentum aux direction calculées.
- Vitesse $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^D$
 - Estimation des directions **mises à l'échelle** précédentes.
- Facteur d'oubli $\alpha \in [0, 1)$
 - $\alpha \rightarrow 0 \equiv$ RMSprop standard

RMSprop + Momentum

- Algorithme

1. Échantillonnage: $(\mathbf{x}^{(i)}, y^{(i)}) \sim \hat{p}_{data}, 1 \leq i \leq m.$

2. Gradient: $\hat{\mathbf{g}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \nabla_{\boldsymbol{\theta}} L(f(\mathbf{x}^{(i)}; \boldsymbol{\theta}), y^{(i)})$

3. Accumulation: $\mathbf{r} \leftarrow \rho \mathbf{r} + (1 - \rho) \hat{\mathbf{g}} \odot \hat{\mathbf{g}}$

4. Vitesse: $\mathbf{v} \leftarrow \alpha \mathbf{v} - \frac{\epsilon_t}{\sqrt{\mathbf{r}}} \odot \hat{\mathbf{g}}$

5. MAJ: $\boldsymbol{\theta} \leftarrow \boldsymbol{\theta} + \mathbf{v}$

8. RMSprop + Nesterov

- Méthode:
 - Comme pour SGD + Nesterov, on peut utiliser le momentum accéléré de Nesterov.
 - Appliquer une **correction mise à l'échelle** du *jump* du momentum.

RMSprop + Nesterov

- Algorithme

1. Échantillonnage: $(\mathbf{x}^{(i)}, y^{(i)}) \sim \hat{p}_{data}, 1 \leq i \leq m.$

2. Point intérimaire: $\bar{\boldsymbol{\theta}} \leftarrow \boldsymbol{\theta} + \alpha \mathbf{v}$

3. Gradient: $\bar{\mathbf{g}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \nabla_{\bar{\boldsymbol{\theta}}} L(f(\mathbf{x}^{(i)}; \bar{\boldsymbol{\theta}}), y^{(i)})$

4. Accumulation: $\mathbf{r} \leftarrow \rho \mathbf{r} + (1 - \rho) \bar{\mathbf{g}} \odot \bar{\mathbf{g}}$

5. Vitesse: $\mathbf{v} \leftarrow \alpha \mathbf{v} - \frac{\epsilon_t}{\sqrt{\mathbf{r}}} \odot \bar{\mathbf{g}}$

6. MAJ: $\boldsymbol{\theta} \leftarrow \boldsymbol{\theta} + \mathbf{v}$

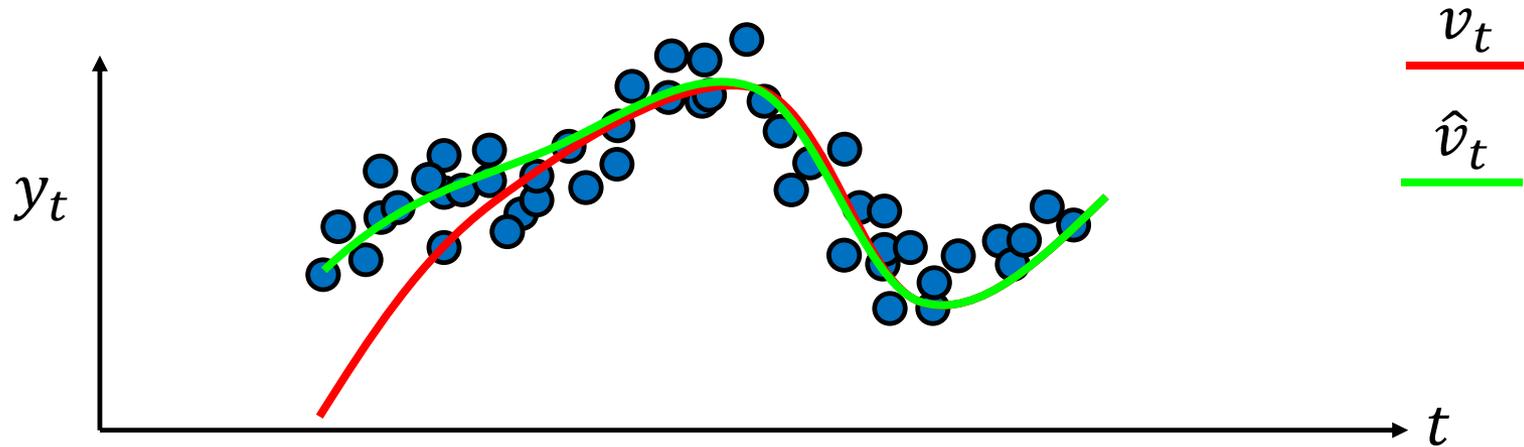
Inconvénients de RMSprop

- Inconvénient 1
 - \mathbf{r} est une estimation du second moment (variance décentrée) du gradient $\hat{\mathbf{g}}$.
 - Cet estimateur a un large biais positif au début de la descente du gradient.
- Inconvénient 2
 - L'utilisation du momentum en combinaison avec de la mise-à-l'échelle (étape vitesse) n'a pas une justification théorique claire.

9. Adam

- Solution pour résoudre les inconvénients de RMSprop + momentum / Nesterov.
- Méthode:
 - Calculer une estimation du premier et second moments avec une moyenne mobile exponentielle à taux $\rho_1, \rho_2 \in [0, 1)$.
 - Valeurs suggérées: $\rho_1 = 0.9$ et $\rho_2 = 0.999$
 - Corriger les biais des moments.
 - Le premier moment normalisé par le second moment donne la direction de MAJ.

Correction des biais



$$v_t = \rho v_{t-1} + (1 - \rho)y_t$$

$$v_0 = 0$$

$$\begin{aligned} v_1 &= 0.99 \cdot v_0 + 0.01 \cdot y_1 \\ &= 0.01 \cdot y_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_2 &= 0.99 \cdot v_1 + 0.01 \cdot y_2 \\ &= 0.0099 \cdot y_1 + 0.01 \cdot y_2 \end{aligned}$$

$$\hat{v}_t = \frac{v_t}{1 - (\rho)^t}$$

$$\begin{aligned} \hat{v}_2 &= \frac{v_2}{1 - 0.99^2} \\ &= \frac{0.0099 \cdot y_1 + 0.01 \cdot y_2}{0.0199} \\ &= 0.497 \cdot y_1 + 0.503 \cdot y_2 \end{aligned}$$

Adam

- Algorithmme

1. Échantillonnage: $(\mathbf{x}^{(i)}, y^{(i)}) \sim \hat{p}_{data}, 1 \leq i \leq m.$

2. Gradient: $\hat{\mathbf{g}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \nabla_{\boldsymbol{\theta}} L(f(\mathbf{x}^{(i)}; \boldsymbol{\theta}), y^{(i)})$

3. 1er moment: $\mathbf{s} \leftarrow \rho_1 \mathbf{s} + (1 - \rho_1) \hat{\mathbf{g}}$

4. 2e moment: $\mathbf{r} \leftarrow \rho_2 \mathbf{r} + (1 - \rho_2) \hat{\mathbf{g}} \odot \hat{\mathbf{g}}$

5. Correction biais 1er moment : $\hat{\mathbf{s}} \leftarrow \frac{\mathbf{s}}{1 - (\rho_1)^t}$

6. Correction biais 2e moment : $\hat{\mathbf{r}} \leftarrow \frac{\mathbf{r}}{1 - (\rho_2)^t}$

7. Direction: $\mathbf{d} \leftarrow \epsilon_t \frac{\hat{\mathbf{s}}}{\sqrt{\hat{\mathbf{r}} + \delta}}$

8. MAJ: $\boldsymbol{\theta} \leftarrow \boldsymbol{\theta} - \mathbf{d}$

Tableau comparatif

Approche	Hyper-paramètre	Utilisation mémoire
Batch	ϵ_t	D
SGD	ϵ_t, m	D
SGD + Momentum	ϵ_t, m, α	D*2
SGD + Nesterov	ϵ_t, m, α	D*2
Adagrad	ϵ_t, m, δ	D*2
RMSProp	ϵ_t, m, ρ	D*2
RMSProp + Momentum	$\epsilon_t, m, \rho, \alpha$	D*3
RMSProp + Nesterov	$\epsilon_t, m, \rho, \alpha$	D*3
Adam	$\epsilon_t, m, \rho_1, \rho_2, \delta$	D*3

[PyTorch documentation](#)

Stratégies d'optimisation

Stratégies d'optimisation

Stratégies pour améliorer l'optimisation:

1. Choisir les hyperparamètres
2. Initialisation des paramètres
3. Normalisation

1. Choisir les hyperparamètres

- Trois façons de choisir les hyperparamètres:
 1. Horaire d'entraînement
 2. Recherche en grille
 3. Recherche aléatoire

1.1 Horaire d'entraînement

- Principe
 - Établir à l'avance un horaire indiquant la valeur des hyperparamètres en fonction de l'époque.
 - Le plus souvent utilisé pour définir **les taux d'apprentissage ϵ_t** .
 - *Plus un art qu'une science.*

Exemple d'horaire d'entraînement

- Nombre d'époque maximum: 200
- Taille de la batch: $m = 32$
- Algorithme d'optimisation: SGD + Nesterov $\alpha = 0.9$
- Horaire:

Époque	0	75	125	175
Taux d'apprentissage	0.1	0.01	0.001	0.0001
Weight decay	1e-4	5e-4	1e-5	5e-5

Stratégie #1 pour choisir l'horaire

- Principe
 - $J(\boldsymbol{\theta})$ atteint un plateau \rightarrow changer l'hyperparamètre.
 - Produira une courbe en forme d'**escalier**.
- Méthode
 1. Définir la valeur initiale.
 2. Définir le taux de décroissance $\beta \in (0, 1]$.
 3. Définir les époques de MAJ en identifiant les plateaux de $J(\boldsymbol{\theta})$.

Stratégie #1 pour choisir l'horaire du taux d'apprentissage ϵ

- Exemple: taux d'apprentissage ϵ .
- Valeur initiale ϵ_0
 - Trop large: grandes oscillations $\rightarrow J(\boldsymbol{\theta})$ augmente \rightarrow divergence (NaNs, Inf)
 - Trop petit: convergence local $\rightarrow J(\boldsymbol{\theta})$ grande valeur \rightarrow piètre solution $\boldsymbol{\theta}$
 - Stratégie pour ϵ_0 :
 - Prendre approximativement la plus grande valeur de ϵ_0 qui ne fait pas diverger $J(\boldsymbol{\theta})$.

Stratégie #1 pour choisir l'horaire du taux d'apprentissage ϵ

- Taux de décroissance
 - MAJ: $\epsilon \leftarrow \epsilon \cdot \beta$
 - Représente l'aggressivité de la convergence.
 - Convergence rapide quand $\beta \rightarrow 0$
 - Convergence lente quand $\beta \rightarrow 1$
 - Valeurs suggérées: $\beta \in \{0.1, 0.2, 0.5\}$

Stratégie #1 pour choisir l'horaire du taux d'apprentissage ϵ

- Époques de MAJ
 - Observer $J(\boldsymbol{\theta})$
 - Soit t_e l'époque où $J(\boldsymbol{\theta})$ converge.
 - Ajouter à l'horaire d'entraînement une entrée avec époque = t_e .
 - Recommencer avec la nouvelle horaire.
 - Arrêter lorsque la MAJ de ϵ ne fait plus diminuer $J(\boldsymbol{\theta})$.

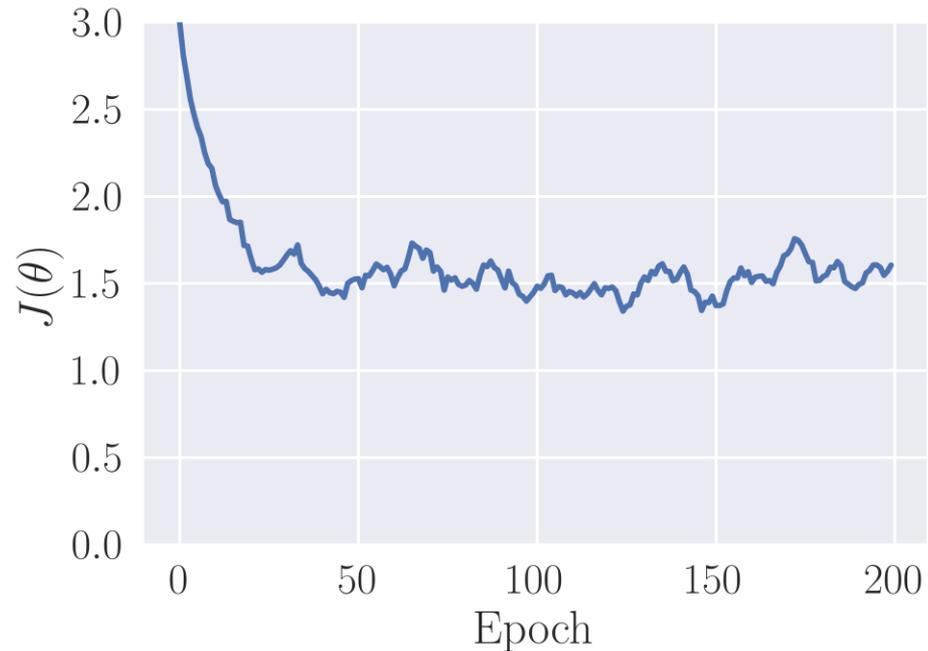
Exemple d'horaire du taux d'apprentissage ϵ

- Exemple
- Valeur initiale ϵ_0
 - 10 \rightarrow nan, 1 \rightarrow nan, 0.1 \rightarrow ok
- Taux de décroissance
 - $\beta = 0.1$
- Époques de MAJ
 - Commençons avec l'horaire suivante:

Époque	0
Taux d'apprentissage	0.1

Exemple d'horaire du taux d'apprentissage ϵ

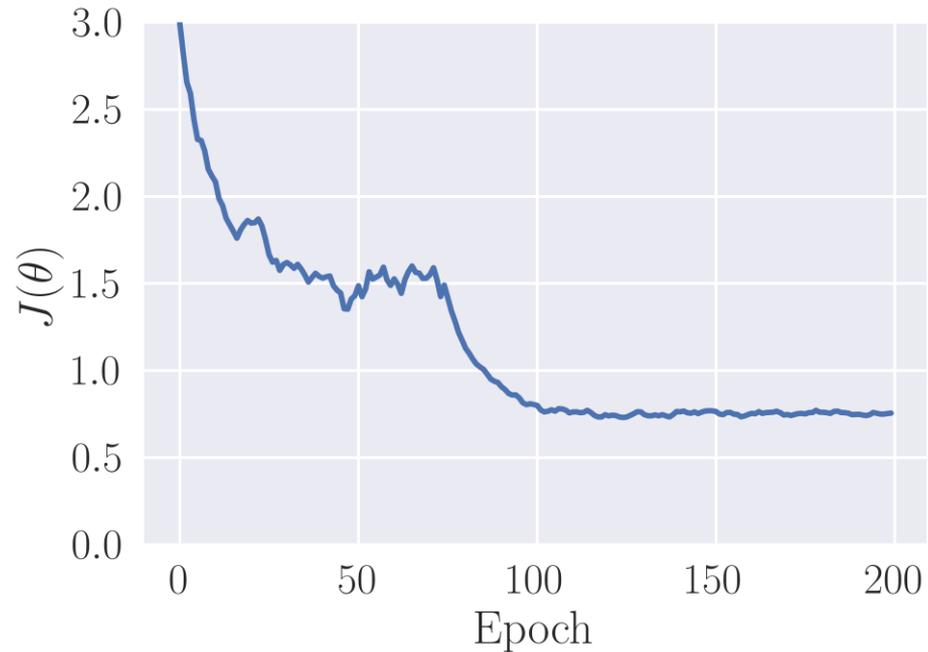
Convergence
aux alentours
de l'époque 75.



Époque	0
Taux d'apprentissage	0.1

Exemple d'horaire du taux d'apprentissage ϵ

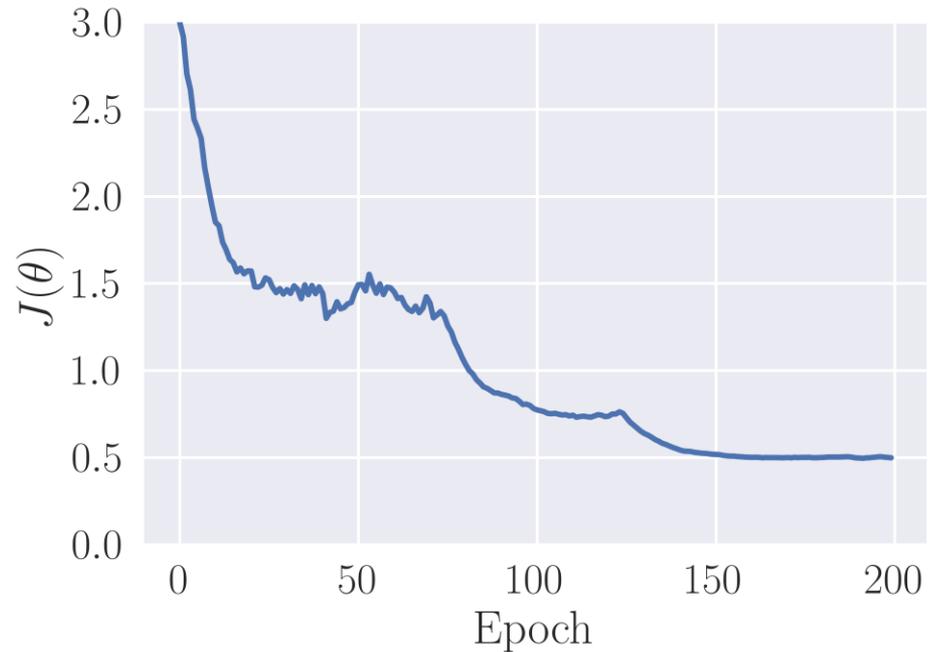
Convergence aux alentours de l'époque 125.



Époque	0	75
Taux d'apprentissage	0.1	0.01

Exemple d'horaire du taux d'apprentissage ϵ

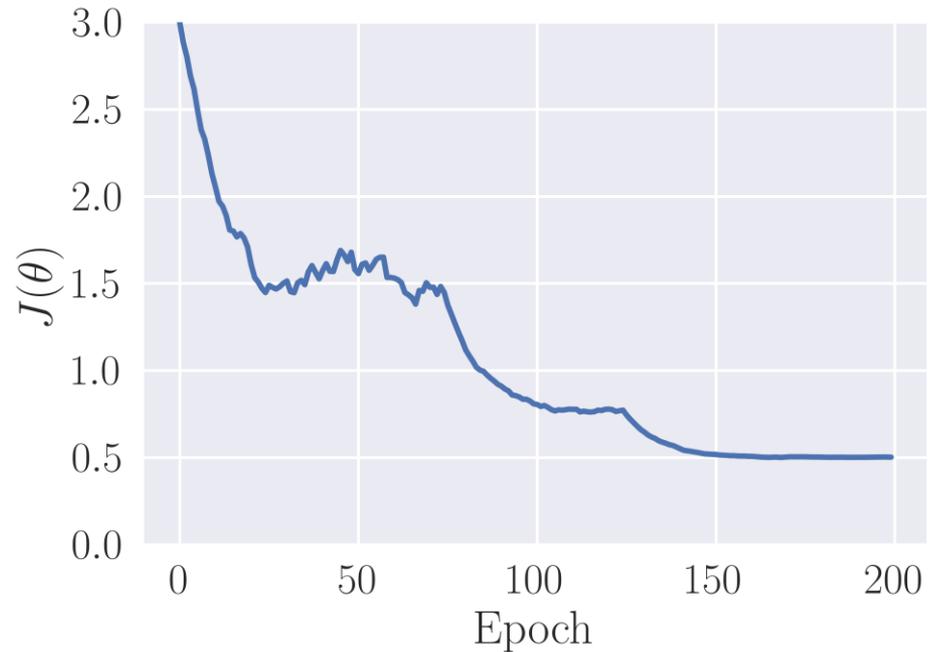
Convergence
aux alentours
de l'époque
175.



Époque	0	75	125
Taux d'apprentissage	0.1	0.01	0.001

Exemple d'horaires du taux d'apprentissage ϵ

Aucun gain après époque 175.



Époque	0	75	125	175
Taux d'apprentissage	0.1	0.01	0.001	0.0001

Stratégie #2 pour choisir l'horaire

- Principe
 - Changer l'hyper-parameter à chaque époque t_e .
 - Produira une courbe **sans plateau**.
- Méthode
 1. Définir la valeur initiale.
 2. Définir le taux de décroissance $\beta \in (0, 1]$.
 3. Définir la règle de décroissance.

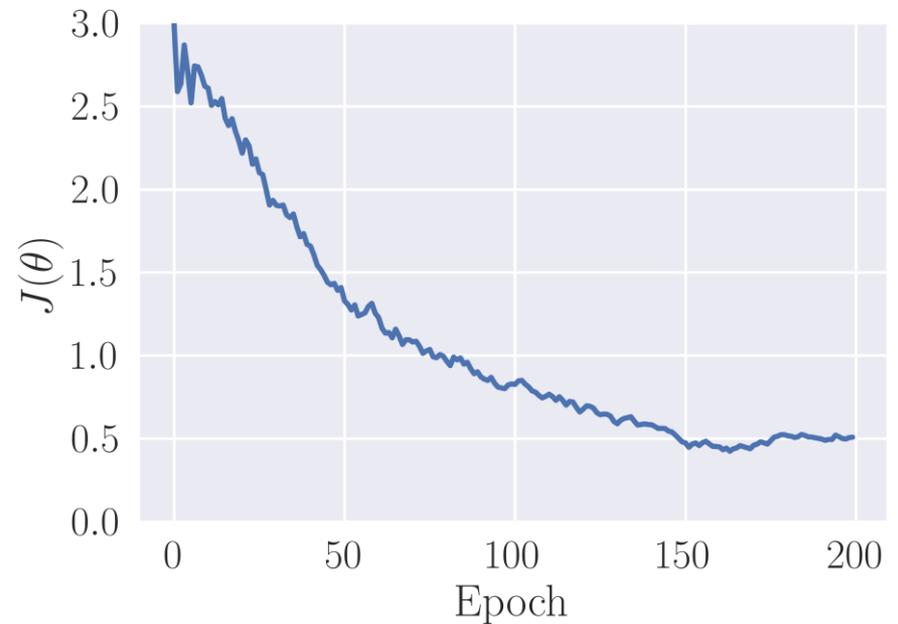
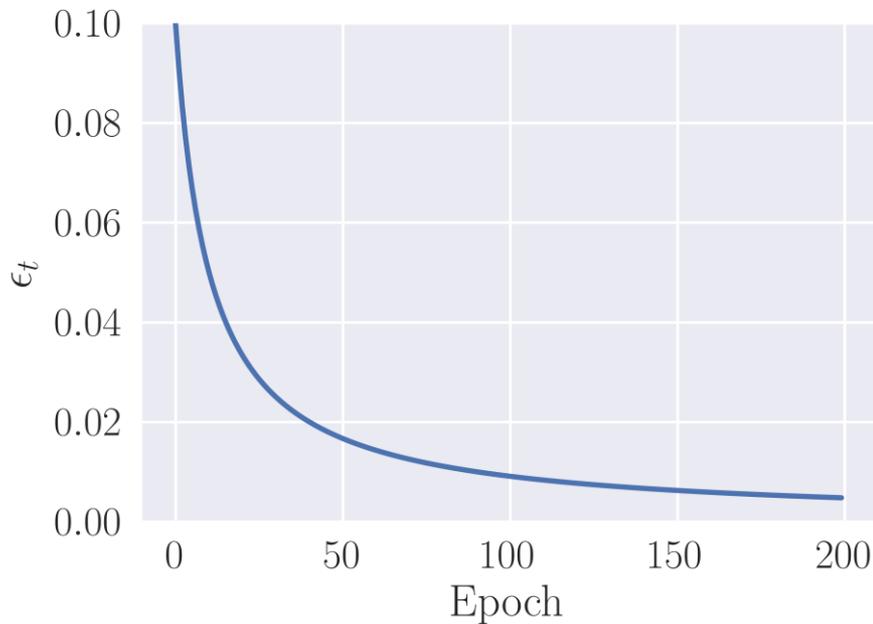
Stratégie #2 pour choisir l'horaire du taux d'apprentissage ϵ

- Exemple: taux d'apprentissage ϵ .
- Valeur initiale ϵ_0
 - Prendre approximativement la plus grande valeur de ϵ_0 qui ne fait pas diverger $J(\boldsymbol{\theta})$.
- Taux de décroissance
 - Dépend du problème.
- Règle de décroissance

$$\epsilon_t = \frac{\epsilon_0}{1 + \beta \cdot t_e} \quad \text{ou} \quad \epsilon_t = \epsilon_0 \cdot \exp\{-\beta \cdot t_e\}$$

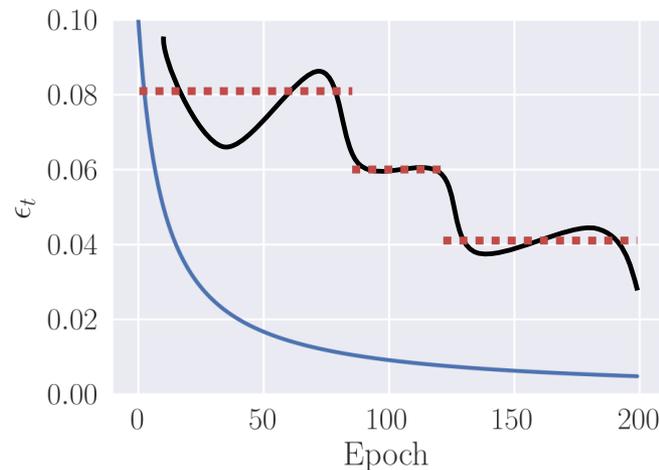
Exemple d'horaire du taux d'apprentissage ϵ

- $\epsilon_0 = 0.1$, $\beta = 0.1$, $\epsilon_t = \frac{\epsilon_0}{1 + \beta \cdot t_e}$



Stratégie #1 > Stratégie #2

- Avantage de Stratégie #1
 - Relation non-linéaire entre le taux de décroissance de $J(\boldsymbol{\theta})$ et celui de ϵ_t .
 - Difficile de caractériser cette relation.
 - Stratégie #1 approxime la relation non-linéaire avec une fonction en escalier.



Avantages et inconvénients des horaires d'entraînement

- Avantages
 - Simple à expliquer.
 - Facile à reproduire.
- Inconvénients
 - Développer son intuition pour comprendre l'effet des hyper-paramètres.
 - Peut sembler arbitraire.
- Somme toute
 - Souvent utilisé en pratique

1.2 Recherche en grille

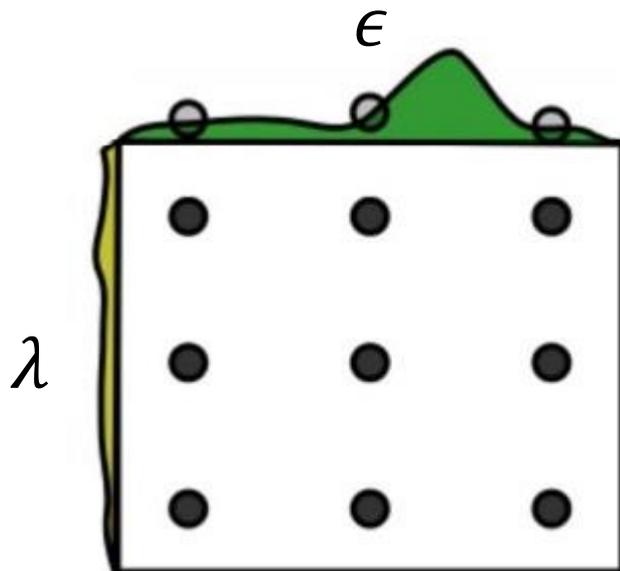
- Certains hyperparamètres doivent restés fixes pour toute la durée de l'optimisation.
 - Nombre de neurones
 - Fonction d'activation
 - Probabilité de dropout (Semaine 4)
 - Dimension des filtres à convolution (Semaine 5)
- D'autres peuvent être fixés même si pas nécessaire.
 - Weight decay (Semaine 4)
 - Taux d'apprentissage
- Comment trouver leur valeur optimale ?

Recherche en grille

- Principe
 - Déterminer **un ensemble de valeur** à tester pour chaque hyperparamètre.
 - Utiliser une échelle logarithmique.
- Méthode
 - Minimiser $J(\boldsymbol{\theta})$ pour chaque combinaison du produit cartésien.

Exemple de recherche en grille

- Hyperparamètres:
 - Taux d'apprentissage: $\epsilon \in \{0.1, 0.01, 0.001\}$
 - Weight decay $\lambda \in \{0.001, 0.0005, 0.0001\}$



Avantages et inconvénients

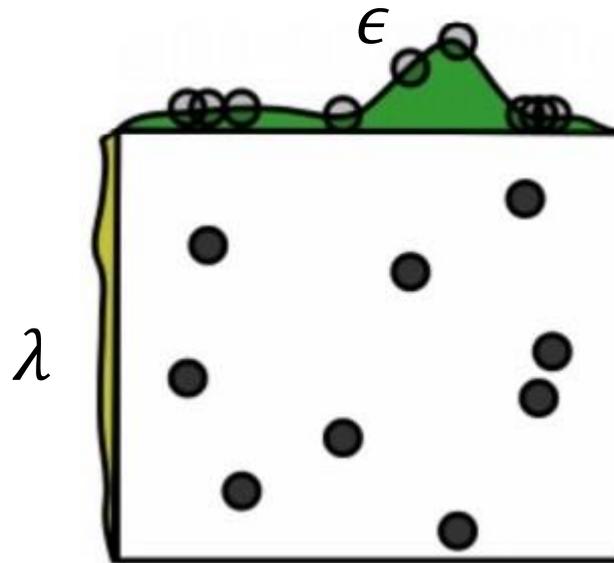
- Avantages
 - Profiter de la connaissance d'un expert.
 - Recherche exhaustive (brute force).
 - Facilement parallélisable.
- Inconvénients
 - Demande computationnelle élevée.
 - Calcul redondant, car un seul hyperparamètre change à la fois.

1.3 Recherche aléatoire

- Principe
 - Déterminer une **distribution de probabilité** pour chaque hyperparamètre.
 - Utiliser une échelle logarithmique.
- Méthode
 - Échantillonner les distributions T fois.
 - Minimiser $J(\boldsymbol{\theta})$ T fois, une fois pour chaque combinaison.

Exemple de recherche aléatoire

- Hyperparamètres:
 - Taux d'apprentissage: $\epsilon = 10^{\gamma_1}$ où $\gamma_1 \sim U(-1, -3)$
 - Weight decay: $\lambda = 10^{\gamma_2}$ où $\gamma_2 \sim U(-3, -4)$



Avantages et inconvénients

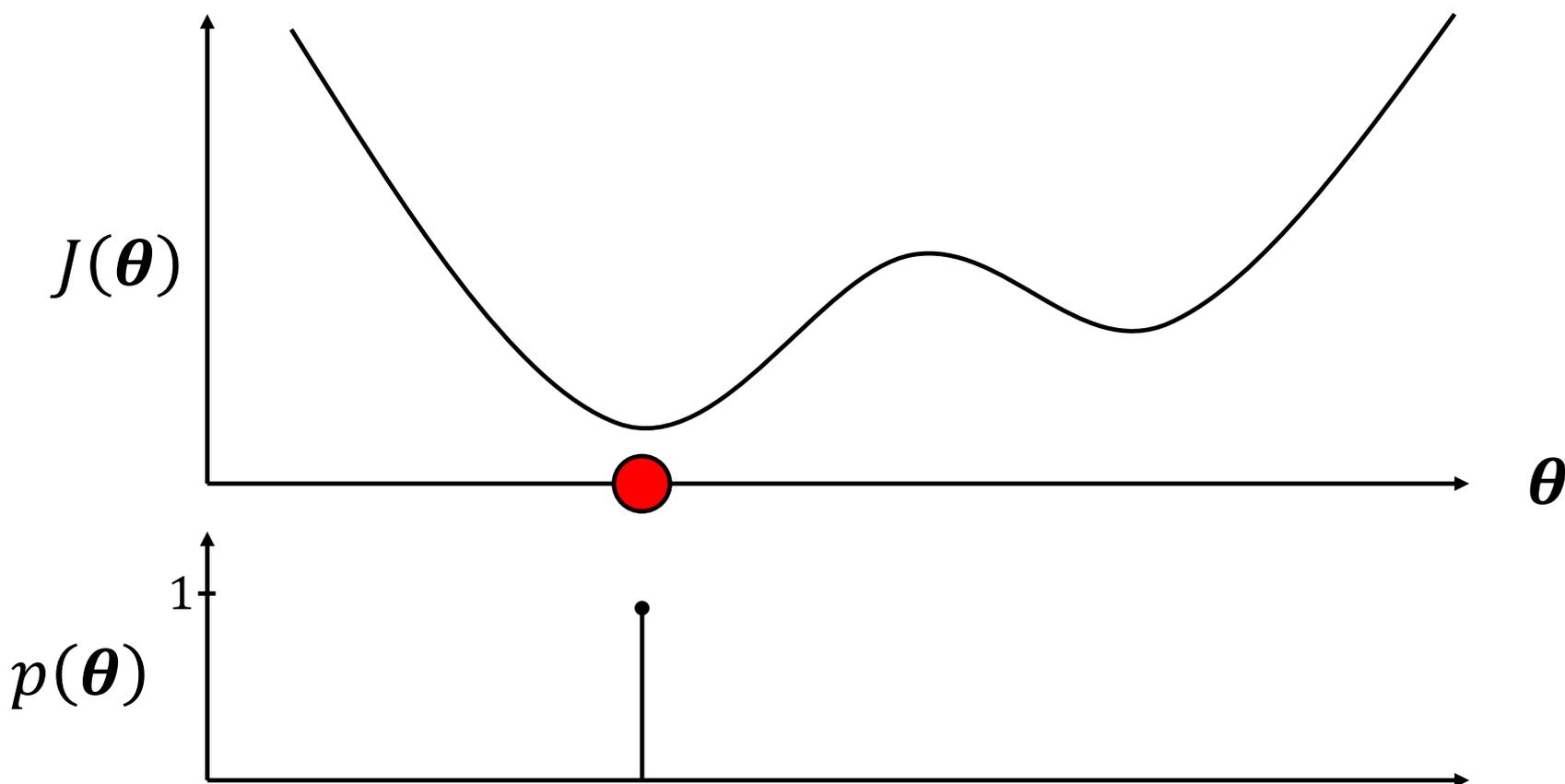
- Avantages
 - Mêmes avantages que recherche en grille.
 - Moins redondant, car hyperparamètre change à chaque fois.
 - Anytime: peut être arrêté n'importe quand.
 - Plus il roule, meilleure est la recherche.
- Inconvénients
 - Demande computationnelle élevée.
 - Difficile à reproduire (random seed).

2. Initialisation des paramètres

- Principe
 - Choisir la valeur initial de θ avant l'optimisation
- Importance
 - Souvent laisser de côté.
 - Un réseau mal initialisé peut être difficile à optimiser.
 - $w = -1,000,000, x = 1$
 - $\text{sigmoid}(w \cdot x) = \frac{1}{1 + \exp(-w \cdot x)} = \frac{1}{1 + \exp(1,000,000)}$

2. Initialisation des paramètres

- A un grand impact sur l'optimisation.



2. Initialisation des paramètres

Deux façons:

1. Initialisation à partir de rien
 - La seule façon pour beaucoup de problèmes.
2. Initialisation par pré-entraînement
 - Utilisée lorsqu'un réseau a déjà été entraîné sur le même type de problème.

Initialisation à partir de rien

- Initialisation des biais
 - Généralement initialisés à 0.
- Initialisation des poids
 1. Choisir une distribution de probabilité.
 2. Choisir ses paramètres.
 3. Échantillonner les poids iid.
- Définition:
 - n_i : nombre de neurones en entrée.
 - n_o : nombre de neurones en sortie.

Initialisation aléatoire des poids

Nom	Uniforme $w \sim U(-a, a)$	Normale $w \sim N(0, s^2)$	Article
Glorot / Xavier	$a = \sqrt{6/(n_i + n_o)}$	$s = \sqrt{2/(n_i + n_o)}$	pdf
Kaiming He	$a = \sqrt{6/n_i}$	$s = \sqrt{2/n_i}$	pdf

- Glorot / Xavier
 - À utiliser avec sigmoid et tanh.
- Kaiming
 - À utiliser avec ReLU
- Dérivation des équations
 - [lien](#)

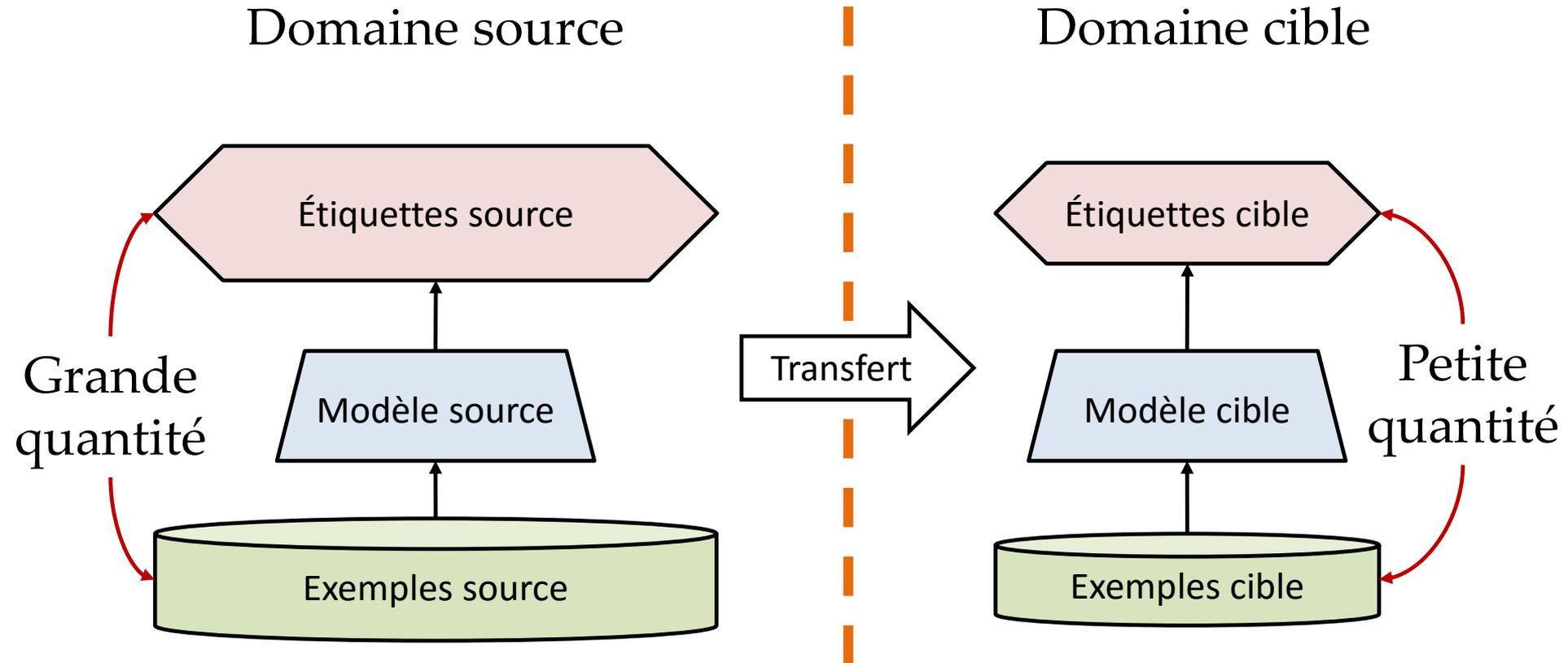
Initialisation PyTorch

- Par défaut pour linéaire et à convolution ([lien](#)):
 - $w \sim U(-a, a)$, $a = \sqrt{1/n_i}$
 - Pourquoi ? $_ \backslash _ (\text{ツ}) _ /$
- Module [init.py](#)
 - kaiming_normal, kaiming_uniform, xavier_normal, xavier_uniform

Initialisation constante des poids

- Principe
 - On peut aussi initialiser à une constante k .
 - $w = k$
- Inconvénient
 - Poids identique \rightarrow MAJ identique
 - $y_1 = w_{11}x_1 + w_{12}x_2$
 - $y_2 = w_{21}x_1 + w_{22}x_2$
 - $\frac{\partial J}{\partial w_{11}} = \frac{\partial J}{\partial y_1} \frac{\partial y_1}{\partial w_{11}} = \frac{\partial J}{\partial y_1} x_1 \leftrightarrow \frac{\partial J}{\partial w_{21}} = \frac{\partial J}{\partial y_2} \frac{\partial y_2}{\partial w_{21}} = \frac{\partial J}{\partial y_2} x_1$

Initialisation par pré-entraînement



Initialisation par pré-entraînement

- Méthode
 - Initialiser les paramètres du modèle cible avec ceux du modèle source.
 - Entraînement devient *fine-tuning*.
- Fonctionne si $\text{Dom}(\text{source}) \approx \text{Dom}(\text{cible})$.

3. Normalisation

- Principe
 - Transformer l'input pour mieux conditionner l'optimisation.
- Nous verrons:
 - Normalisation Min-Max
 - Normalisation du *z-score*
 - Normalisation par batch

Normalisation Min-Max

- Principe
 - Transforme l'input au range $[0, 1]$.
- Méthode
 - $\bar{x} = \frac{x - x_{min}}{x_{max} - x_{min}}$
- Sensibilité au *outliers*.
 - Utilisé seulement quand x est borné.
 - Exemple: image $I \in \{0, 255\}^3 \rightarrow I \in [0, 1]^3$

Normalisation du *z-score*

- Principe
 - Aussi appelée **normalisation** tout court.
 - Transforme l'input pour que moyenne = 0 et variance = 1.
- Méthode
 - $\bar{x} = \frac{x - x_\mu}{\sqrt{x_{\sigma^2} + \delta}}$
 - x_μ et x_{σ^2} calculés avec tous les $x^{(i)}$, $i = 1 \dots N$, d'entraînement.
- Également sensible aux *outliers*.
- Souvent utilisée.

Normalisation par batch (BN)*

- Principe ([lien](#))
 - Appliquer *normalisation du z-score* sur les neurones des couches cachées du réseau.
- Méthode
 - $\mathbf{h}^l = \mathcal{F}(\mathbf{h}^{l-1})$
 - $\bar{\mathbf{h}}^l = \boldsymbol{\alpha} \cdot \frac{\mathbf{h}^l - \mathbf{h}^l_{\mu}}{\sqrt{\mathbf{h}^l_{\sigma^2} + \delta}} + \boldsymbol{\beta}$
 - \mathbf{h}^l_{μ} et $\mathbf{h}^l_{\sigma^2}$ calculés seulement sur les \mathbf{h}^l de la batch.
 - $\boldsymbol{\alpha}$ et $\boldsymbol{\beta}$ paramètres additionnels à apprendre.

Normalisation par batch

- Pour le mode test
 - Moyenne mobile: $\mathbf{m} \leftarrow \rho \mathbf{m} + (1 - \rho) \mathbf{h}^l_{\mu}$
 - Variance mobile: $\mathbf{s} \leftarrow \rho \mathbf{s} + (1 - \rho) \mathbf{h}^l_{\sigma^2}$
 - $\bar{\mathbf{h}}^l = \alpha \cdot \frac{\mathbf{h}^l - \mathbf{m}}{\sqrt{\mathbf{s} + \delta}} + \beta$
- Initialisation
 - $\alpha = 1, \beta = 0, \mathbf{m} = 0, \mathbf{s} = 1$

Avantages de la normalisation par batch

- Avantage #1
 - Apprentissage end-to-end avec backprop.
- Avantage #2
 - Diminue l'impact d'un taux d'apprentissage initial trop grand.
 - $\epsilon_0 = 0.1$ fonctionne souvent très bien.
- Avantage #3
 - Réseaux profonds facile à entraîner.

Avantages de la normalisation par batch

- Avantage #4
 - Réseau converge plus rapidement.
- Avantage #5
 - Diminue le nombre de neurones morts / désactivés de la ReLU.
- La normalisation par batch devrait **toujours être utilisée.**
 - Placer avant activation ou après fc / conv.

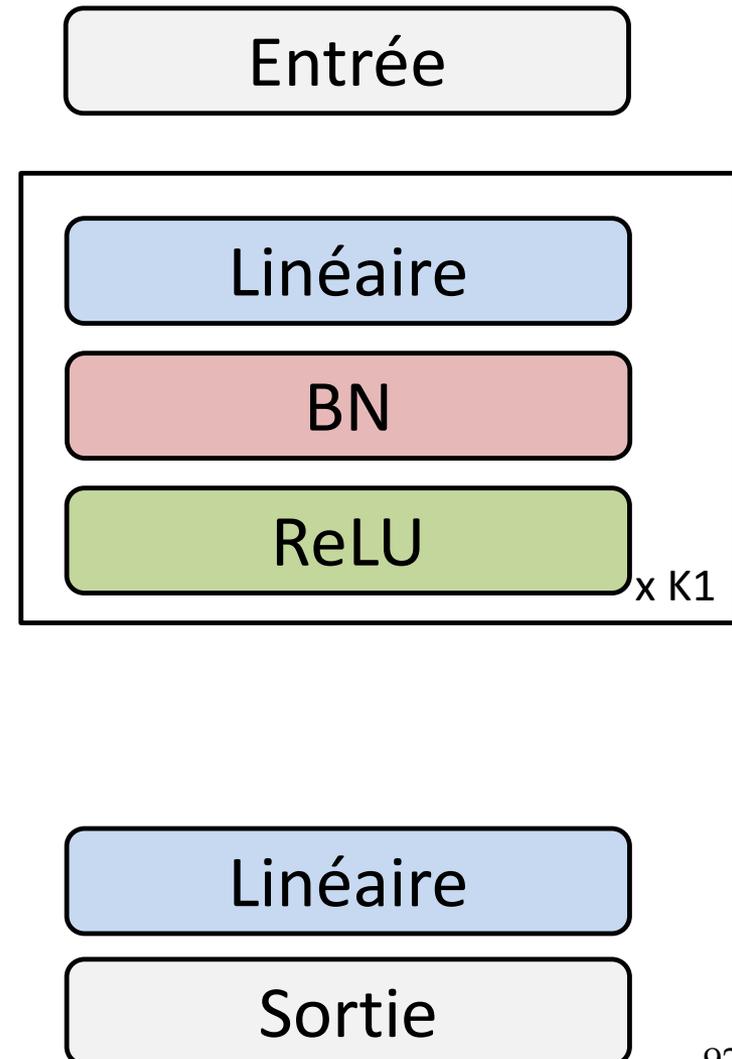
Diagnostic

Diagnostic

- Quelques recettes à suivre pour partir du bon pied
 1. Structure neuronale de base.
 2. Information à enregistrer.
 3. Méthode rouleau compresseur.
 4. Analyse

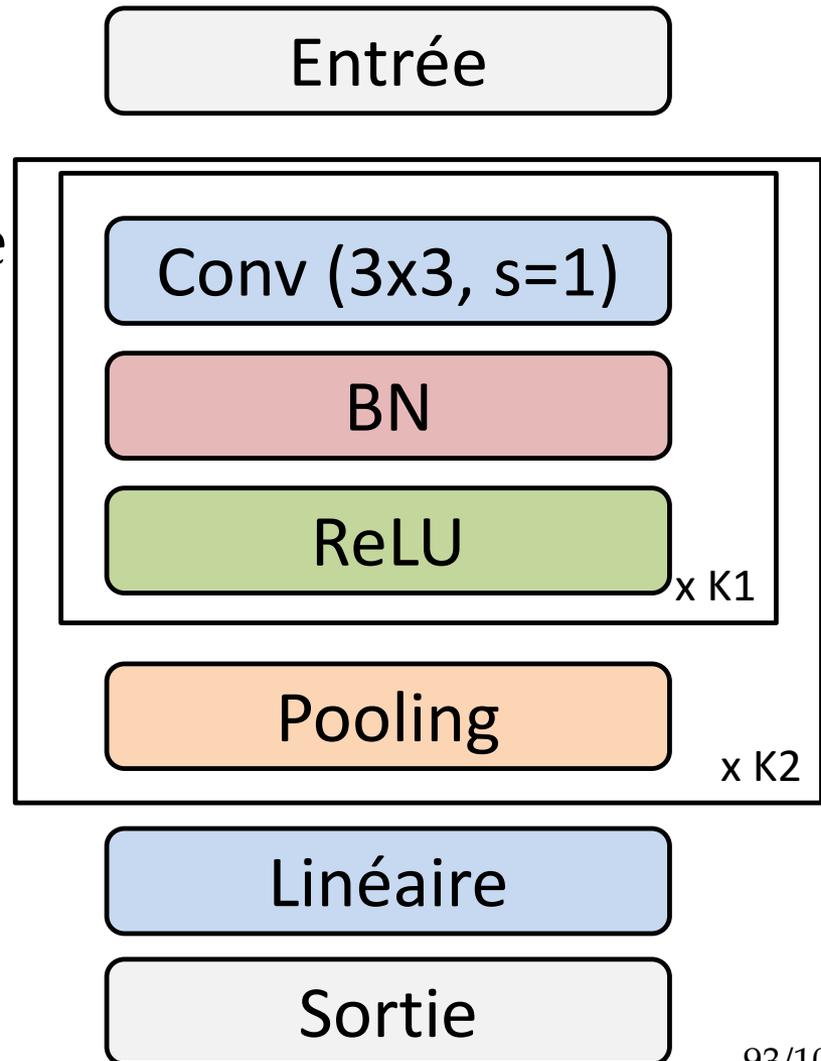
1. Structure neuronale de base

- Fully Connected
 - Initialisation
Kaiming He
uniforme
 - bias = False
 - BN: $\alpha = 1, \beta = 0,$
 $m = 0, s = 1$



Structure neuronale de base

- Convolution
 - Initialisation
Kaiming He normale
 - bias = False
 - BN: $\alpha = 1, \beta = 0,$
 $m = 0, s = 1$
 - Max Pooling
 - Global Average Pooling



2. Information à enregistrer

- Bien diagnostiquer \leftrightarrow accès à toute l'information
 - But: s'assurer que tout se passe comme voulu.
- Voici quelques exemples d'information à enregistrer.

Information de performance

- Valeur de la fonction de coût
 - Peut voir s'il y a des nan, inf, si ça augmente au lieu de diminuer.
- Valeur de la métrique de performance
 - Donne une meilleure idée de la performance que la fonction de coût (coût=1.2, err=5%).

Information sur le réseau

- Structure du réseau
 - Peut voir si on entraîne le bon réseau.
- Afficher le nombre de paramètres
 - `np.sum([p.numel() for p in network.parameters()])`
- Afficher les prédictions d'une seule batch en début d'époque
 - Peut voir l'évolution des prédictions.

Information sur les données

- Nombre d'exemples d'entraînement / de validation / de test.
- Ratio des classes
 - Détecter un déséquilibre de classes.
- Afficher les exemples d'une seule batch en début d'époque
 - Seulement si c'est informatif (e.g. images)

Information sur l'optimisation

- La norme / moyenne / variance des MAJ d
- La norme / moyenne / variance / % = 0 des neurones cachées
 - Peut donner une idée du nombre d'unités mortes.
- Afficher le temps de calcul d'une batch
 - Estimer le temps total de l'apprentissage.
- Valeur des hyperparamètres

3. Méthode rouleau compresseur

- Pour mieux se familiariser avec un nouveau problème d'apprentissage.
- Procéder en 3 étapes:
 1. Sous-ensemble des données + sous-ensemble des classes.
 2. Toutes les données + sous-ensemble des classes.
 3. Toutes les données + toutes les classes.

Étape #1: sous-ensemble données + sous-ensemble classes

- But
 - Démontrer que le réseau peut **sur-apprendre**.
 - Si pas bon en train → pas bon en val.
- Astuces
 - Pas de régularisation.
 - Pas d'augmentation de donnée.
- Exemple
 - Classification binaire avec 10 exemples par classe.

Étape #2: toutes les données + sous-ensemble classes

- But
 - Démontrer que le réseau peut **généraliser**.
- Astuces
 - Ajouter un peu de régularisation.
 - Ajouter un peu d'augmentation de donnée.
- Exemple
 - Classification binaire avec 100,000 exemples par classe.

Étape #3: toutes les données + toutes les classes

- But
 - Débuter l'entraînement normal.
- Astuces
 - Petit réseau → gros réseau
 - Horaire d'entraînement
 - Augmentation de donnée maximale
- Exemple
 - Classification 100 classes avec 100,000 exemples par classe.

4. Analyse

- But
 - Obtenir une retrospective après l'apprentissage.
- Permet de
 - Détecter des étiquettes fausses
 - Détecter un mauvais traitement de données.
 - Donner une intuition sur la difficulté de la tâche.

Analyse d'erreur

- Exemple
 - Aléatoirement, regarder quelques exemples de predictions correctes et erronées.
 - L'exemple ayant la meilleure performance.
 - L'exemple ayant la pire performance.
 - L'exemple le plus incertain (prob 0.5 classification binaire)

Analyse des batches

- S'assurer que:
 - Tous les exemples sont différents
 - Les étiquettes sont correctes
- Afficher l'augmentation de données
 - Regarder si elle respecte l'invariance de classe.

