

La logique floue

Benoît Potvin

Équipe de Recherche en Ingénierie des ConnaissAncEs (ERICAÉ)

Université Laval

décembre 2002

Plan

- **Introduction**
- Théorie des ensembles flous
- Système utilisant la logique floue
- Conclusion

Introduction

Monsieur X est *plutôt petit, assez vieux* et *très riche*.

- Quelle taille doit-on avoir pour être petit ? Pour être plutôt petit ?
- Quel âge doit-on avoir pour être vieux ? Pour être assez vieux ?
- Combien doit-on posséder d'argent pour être riche ? Pour être très riche ?

➔ **INCERTITUDES LEXICALES**

Introduction

Catégorie subjective : appellation donnée par les psycholinguistes aux **mots** menant à des **incertitudes lexicales**.

- permet de classer de manière subjective certains termes : hauteur, température ...
- permet ainsi d'évaluer la réalité en termes de degrés de satisfaction à certains critères (subjectifs)

➔ **LOGIQUE FLOUE**



Introduction

Objectifs d'apprentissage :

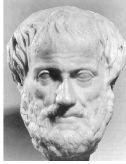
- Démystifier la logique floue
- Connaître les opérations de base sur les ensembles flous
- Comprendre l'utilisation de la logique floue dans un système de contrôle

Connaissances préalables pertinentes :

- Théorie des ensembles
- Logique booléenne
- Systèmes à base de connaissances

Plan

- **Introduction**
- **Théorie des Ensembles Flous**
 - Historique
 - Ensembles flous
 - Propriétés des ensembles flous
 - Opérateurs et modificateurs d'ensembles flous
- **Utilisation de la logique floue**
- **Conclusion**



400 ans av. J.-C. : **Aristote**

Loi du tiers-exclu ($A \cup A^c = X$)

Loi de non-contradiction ($A \cap A^c = \emptyset$)



Début XX^e siècle : **Lukasiewicz**

Logique multi-valuée : *Vrai, Possible, Faux*



1965 : **Lotfi Zadeh**

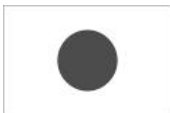
Théorie des ensembles flous

Logique floue



Dès 1970 : premières expériences en Europe

Années 80 : applications dans la prise de décisions et l'analyse de données

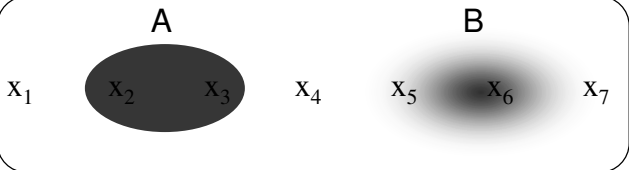
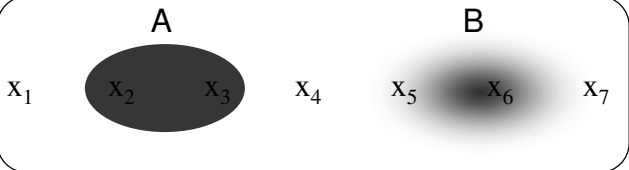


Années 80 : application pour le contrôle industriel, forte croissance de l'utilisation des systèmes flous

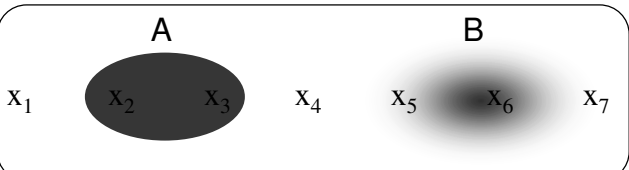
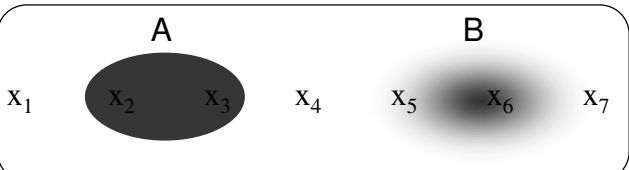
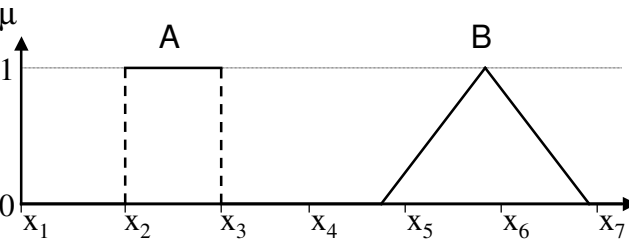
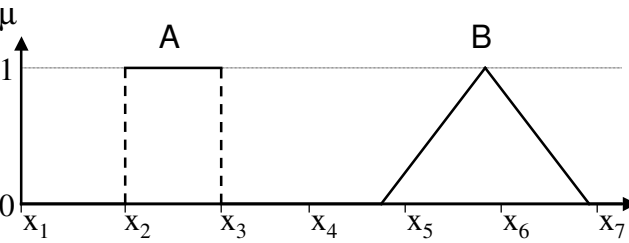


Milieu des années 90 : premières applications américaines (concurrence oblige), combinaison avec les réseaux de neurones

Ensembles flous (1/4)

	Théorie des ensembles	Théorie des ensembles flous
Notion d'ensemble		
Fonction d'appartenance	$\mu_{\text{ensemble}}(\text{élément}) = \text{degré d'appartenance}$ $\mu_A(x_1) = 0$ $\mu_A(x_2) = 1$... $\mu : X \rightarrow \{0, 1\}$	$\mu_B(x_5) = 0.3$ $\mu_B(x_6) = 0.9$... $\mu : X \rightarrow [0, 1]$

Ensembles flous (1/4)

	Théorie des ensembles	Théorie des ensembles flous
Notion d'ensemble		
Fonction d'appartenance		

Ensembles flous (2/4)

Notion de **variable linguistique** :

- C'est le Référentiel / Domaine / Univers du discours

Exemples : température, vitesse

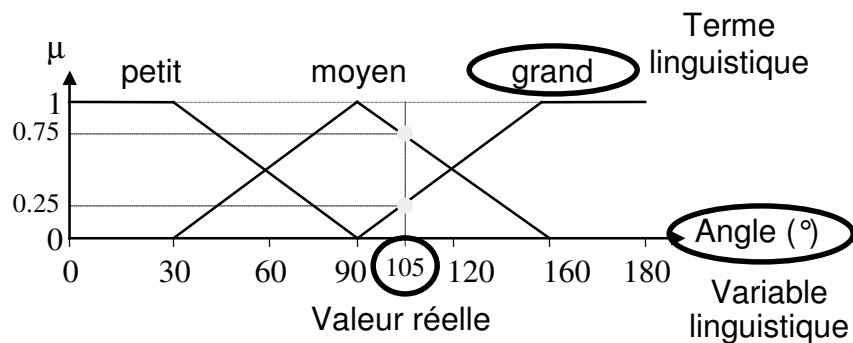
Notion de **terme linguistique** :

- Catégorie subjective décrivant une variable linguistique
- Représentable par un ensemble flou

Exemples : chaud, rapide

Ensembles flous (3/4)

Exemple d'une variable et ses termes linguistiques :



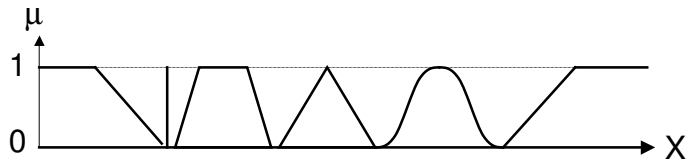
$$\mu_{\text{moyen}}(105) = 0.75, \mu_{\text{grand}}(105) = 0.25$$

Un angle de 105° est « *plutôt moyen* » et « *un peu grand* »

Ensembles flous (4/4)

Comment déterminer la fonction d'appartenance d'un ensemble flou ?

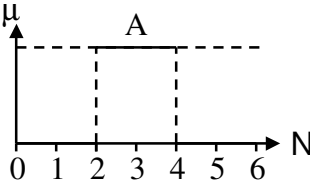
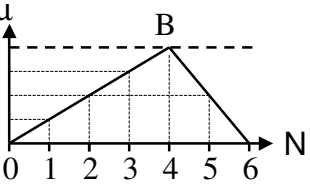
- Élicitation auprès d'experts
- Formes « Standard » :

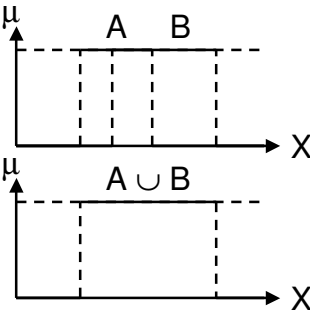
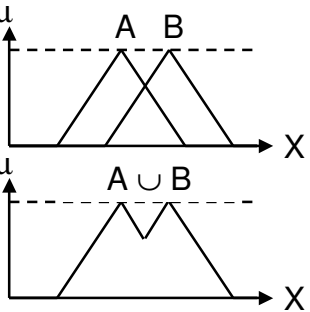


- Fréquences converties ou probabilités
- Mesures physiques
- Apprentissage et adaptation

Propriétés (1/2)

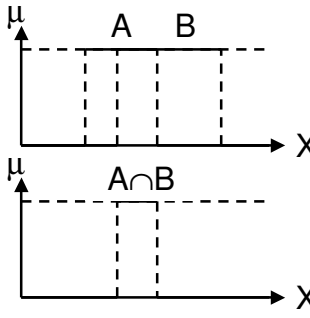
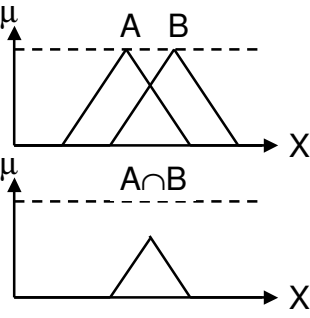
M(A)	Théorie des ensembles	Théorie des ensembles flous
<p>Cardinalité d'un ensemble</p> <p>$A = M(A) = \sum \mu_A(x_i)$</p>		

E(A)	Théorie des ensembles	Théorie des ensembles flous
<p>Entropie floue d'un ensemble</p> $E(A) = - \sum (\mu_A(x_i) * \log_2(\mu_A(x_i)) + \mu_{\neg A}(x_i) * \log_2(\mu_{\neg A}(x_i)))$	 <p>$E(A) =$</p> <ul style="list-style-type: none"> - (0*log₂(0) + 1*log₂(1)) - (0*log₂(0) + 1*log₂(1)) - (1*log₂(1) + 0*log₂(0)) - (1*log₂(1) + 0*log₂(0)) - (1*log₂(1) + 0*log₂(0)) - (0*log₂(0) + 1*log₂(1)) - (0*log₂(0) + 1*log₂(1)) <p>= 0</p>	 <p>$E(B) =$</p> <ul style="list-style-type: none"> - (0.00*log₂(0.00) + 1.00*log₂(1.00)) - (0.25*log₂(0.25) + 0.75*log₂(0.75)) - (0.50*log₂(0.50) + 0.50*log₂(0.50)) - (0.75*log₂(0.75) + 0.25*log₂(0.25)) - (1.00*log₂(1.00) + 0.00*log₂(0.00)) - (0.50*log₂(0.50) + 0.50*log₂(0.50)) - (0.00*log₂(0.00) + 1.00*log₂(1.00)) <p>= 8.8</p>

A ∪ B	Théorie des ensembles	Théorie des ensembles flous
<p>Opérateur d'union entre ensembles</p>	 <p>$\mu_{A \cup B} = \mu_A + \mu_B - \mu_A * \mu_B$</p>	 <p>$\mu_{A \cup B} = \max\{\mu_A, \mu_B\}$</p>

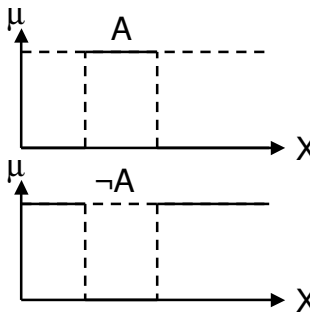
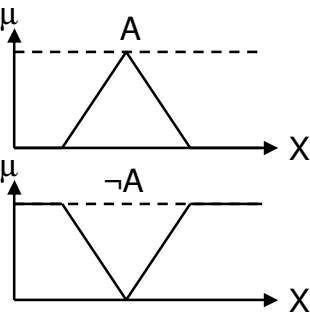
Théorie des ensembles flous

Opérateurs et modificateurs (2/4)

$A \cap B$	Théorie des ensembles	Théorie des ensembles flous
Opérateur d' <u>intersection</u> entre ensembles	 <p style="text-align: center;">$\mu_{A \cap B} = \mu_A * \mu_B$</p>	 <p style="text-align: center;">$\mu_{A \cap B} = \min\{\mu_A, \mu_B\}$</p>

Théorie des ensembles flous

Opérateurs et modificateurs (3/4)

$\neg A$	Théorie des ensembles	Théorie des ensembles flous
Modificateur de <u>négation</u> d'un ensemble	 <p style="text-align: center;">$\mu_{\neg A} = 1 - \mu_A$</p>	 <p style="text-align: center;">$\mu_{\neg A} = 1 - \mu_A$</p>

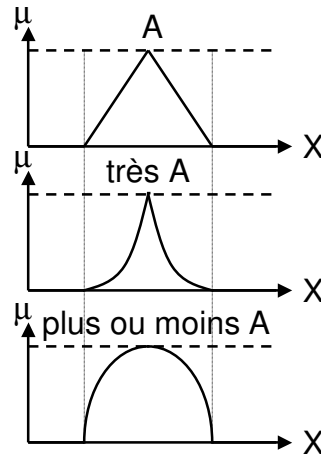
con(A)
dil(A)

Théorie des ensembles flous

Modificateurs de **concentration** et de **dilatation** d'un ensemble

$$\mu_{\text{CON}(A)} = (\mu_A)^2$$

$$\mu_{\text{DIL}(A)} = (\mu_A)^{0.5}$$



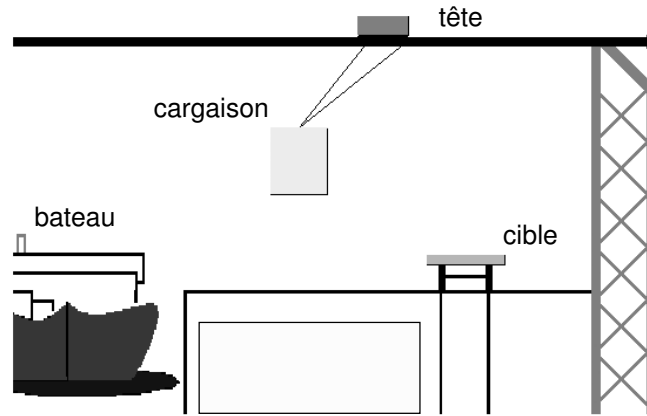
Plan

- **Introduction**
- Théorie des Ensembles Flous
- Un système utilisant la logique floue
 - Analyse du problème
 - Modélisation de la solution
 - Exemple
- Conclusion

Un système utilisant la logique floue

Analyse du problème

Comment automatiser efficacement le déchargement d'un navire ?

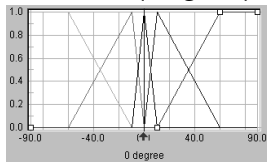


Un système utilisant la logique floue

Modélisation de la solution

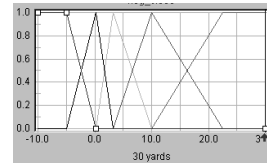
Variables linguistiques pertinentes :

ANGLE (degrés) neg_big



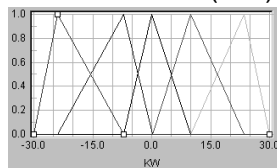
neg_small
zero
pos_small
pos_big

DISTANCE (verges)



neg_close
zero
close
medium
far

PUISSANCE (kW)



neg_high
neg_medium
zero
pos_medium
pos_high

Un système utilisant la logique floue

Modélisation de la solution

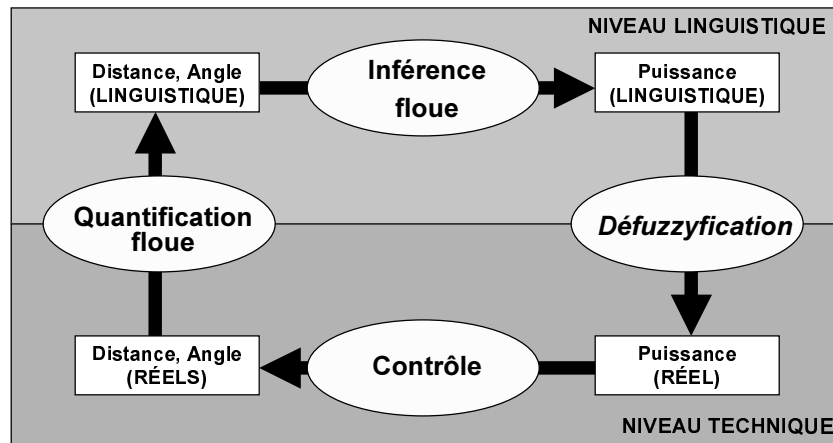
Règles d'inférence élicitées auprès de l'expert

	IF		THEN
	Angle	Distance	Power
1	zero	far	pos_medium
2	neg_small	far	pos_high
3	neg_small	medium	pos_high
4	neg_big	medium	pos_medium
5	pos_small	close	neg_medium
6	zero	close	neg_medium
7	neg_small	close	pos_medium
8	pos_small	zero	neg_medium
9	zero	zero	zero
10			

Un système utilisant la logique floue

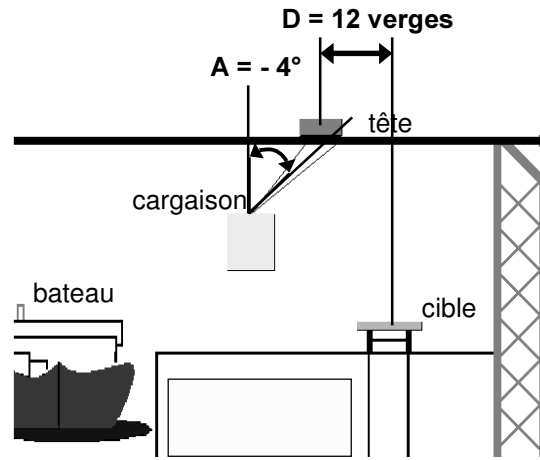
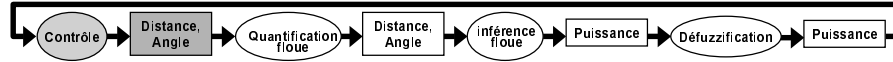
Modélisation de la solution

Structure du système de contrôle



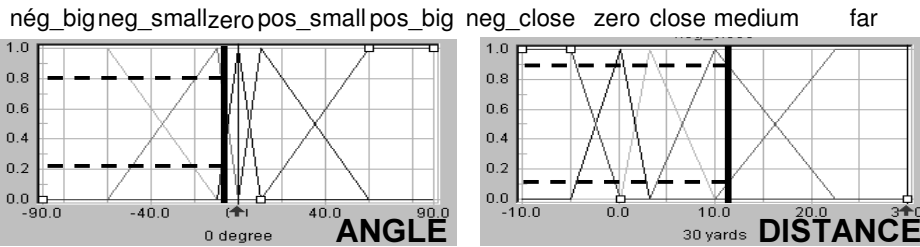
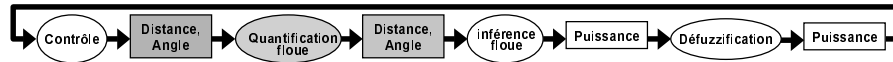
Un système utilisant la logique floue

Exemple



Un système utilisant la logique floue

Quantification floue

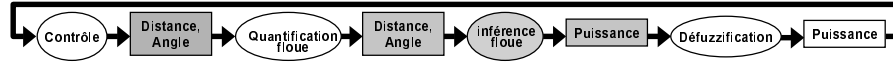


$\mu_{\text{neg_big}}(-4) = 0.0$
$\mu_{\text{neg_small}}(-4) = 0.8$
$\mu_{\text{zero}}(-4) = 0.2$
$\mu_{\text{pos_small}}(-4) = 0.0$
$\mu_{\text{pos_big}}(-4) = 0.0$

$\mu_{\text{neg_close}}(12) = 0.0$
$\mu_{\text{zero}}(12) = 0.0$
$\mu_{\text{close}}(12) = 0.0$
$\mu_{\text{medium}}(12) = 0.9$
$\mu_{\text{far}}(12) = 0.1$

Un système utilisant la logique floue

Inférence floue

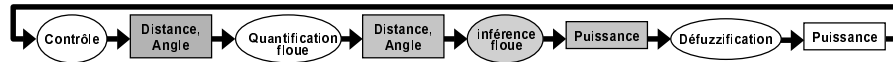


Inférence floue = AGRÉGATION + COMPOSITION

	IF			
	Angle		Distance	
1	zero	0.2	far	0.1
2	neg_small	0.8	far	0.1
3	neg_small	0.8	medium	0.9
4	neg_big	0.0	medium	0.9
5	pos_small	0.0	close	0.0
6	zero	0.2	close	0.0
7	neg_small	0.0	close	0.0
8	pos_small	0.0	zero	0.0
9	zero	0.2	zero	0.0
10				

Un système utilisant la logique floue

Inférence floue



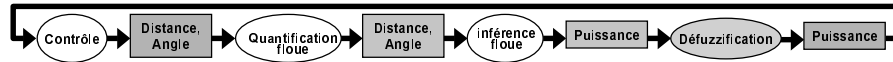
Inférence floue = AGRÉGATION + COMPOSITION

THEN	Power
pos_medium	0.1
pos_high	0.1
pos_high	0.8
pos_medium	0.0
neg_medium	0.0
neg_medium	0.0
pos_medium	0.0
neg_medium	0.0
zero	0.0

COMPOSITION		
$\max(0.0)$	$= \mu_{neg_high}$	$= 0.0$
$\max(0.0, 0.0)$	$= \mu_{neg_medium}$	$= 0.0$
$\max(0.0)$	$= \mu_{zero}$	$= 0.0$
$\max(0.1, 0.0, 0.0)$	$= \mu_{pos_medium}$	$= 0.1$
$\max(0.1, 0.8)$	$= \mu_{pos_high}$	$= 0.8$

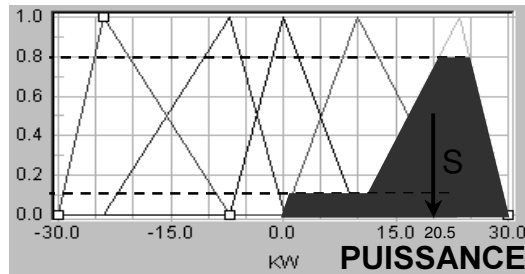
Un système utilisant la logique floue

Défuzzification



Défuzzification par la technique du centre de gravité

neg_high neg_medium zero pos_medium pos_high



$$\begin{aligned}\mu_{\text{neg_high}} &= 0.0 \\ \mu_{\text{neg_medium}} &= 0.0 \\ \mu_{\text{zero}} &= 0.0 \\ \mu_{\text{pos_medium}} &= 0.1 \\ \mu_{\text{pos_high}} &= 0.8\end{aligned}$$

Puissance = centre de gravité de S = 20.5 kW

Plan

- **Introduction**
- Théorie des Ensembles Flous
- Un système utilisant la logique floue
- **Conclusion**
 - En résumé
 - Applications et enjeux de la LF
 - Critique de la LF
 - Pour en savoir plus

Incertitude lexicale / stochastique

Incertitude de la **définition** / l'**occurrence** d'un événement
L'événement lui-même **n'est pas** / **est** clairement défini

Les ensembles flous

Propriétés : M, E
Opérateurs : \cup , \cap
Modificateurs : \neg , CON, DIL

Un contrôleur utilisant la logique floue

Quantification floue (Fuzzification)
Inférence floue : Agrégation + Composition
Défuzzification

Applications :

- Aide à la décision
- Aide à l'analyse de données
- Contrôle de processus
- ...

Enjeux actuels :

Tous les experts en logique floue s'entendent pour dire que la prochaine étape dans le développement de cette technologie est sa combinaison judicieuse avec celle des réseaux de neurones

- C. von Altrock, 1995

Conclusion

Critique de la LF

Pour :

- Supporte le prototypage rapide
- Facile à comprendre
- Domaine en expansion
- Déterministe

Contre :

- Les ingénieurs : Difficile de déterminer les μ
- Les logiciens : La LF n'est pas nécessaire
- Les probabilistes : La LF n'existe pas
- Les philosophes : La LF ne peut reproduire la pensée humaine

Conclusion

Pour en savoir plus

Livres :

- Luger, G. F. (2002). Chapitre 8, pp. 323-328
- Kasabov, N. (1996).
- von Altrock, C. (1995).
- Kosko, B. (1992).
- ...

Web :

- <http://www.fuzzytech.com>
- <http://www.austinlinks.com/Fuzzy/tutorial.html>
- ...