

## Exercices

### 1. [NOBE 95] L'atelier de mécanique

Un atelier de mécanique cherche à recruter des mécaniciens-monteurs pour démarrer la production d'un nouveau moteur de motocyclette. Chaque mécanicien-monteur devra assurer de A à Z le montage des moteurs à partir des pièces détachées qu'on lui remettra. Une petite annonce dans les quotidiens a permis de susciter la candidature de 2 mécaniciens-monteurs experts (catégorie A), de 6 mécaniciens-monteurs confirmés (catégorie B) et de 9 apprentis (catégorie C), qui ont tous réussi les tests d'autonomie. Voici des informations concernant ces candidats.

---

Catégorie	Nombre de moteurs/jour	Salaire quotidien (en \$)	Nombre minimal d'années d'expérience
<b>A</b>	20	200	10
<b>B</b>	15	155	6
<b>C</b>	8	90	2

---

L'atelier fonctionne 5 jours par semaine. La direction souhaite fabriquer le plus de moteurs possibles tout en ne déboursant pas plus de 8000\$ hebdomadairement en salaires. De plus, elle exige que le nombre total des années d'expérience de cette nouvelle main-d'œuvre soit d'au moins 60 ans. Comment doit-elle s'y prendre?

### 2. [LUEN 73]

Un manufacturier espère produire un alliage composé de 30% du métal A et de 70% du métal B. Cinq alliages sont déjà disponibles à différents prix:

Alliages	1	2	3	4	5
%A	10	25	50	75	95
%B	90	75	50	25	5
Prix/livre	5\$	4\$	3\$	2\$	1,50\$

L'alliage désiré sera obtenu en combinant des alliages parmi les 5. Le manufacturier espère trouver la combinaison la moins dispendieuse. Formuler ce problème comme un problème de programmation linéaire.

### **3. [KOLM 95]**

L'entreprise Sugar Donut Bakers, Inc. est reconnue pour ses beignes glacés; elle prépare aussi des beignes saupoudrés de sucre en poudre. Les beignes glacés lui rapportent un profit de 0,07\$ l'unité et les beignes saupoudrés un profit de 0,05\$ l'unité. Trois opérations principales sont nécessaires dans la préparation de ces beignes: la cuisson, le saupoudrage (beignes saupoudrés de sucre en poudre seulement) et le glaçage (beignes glacés seulement).

La production de l'entreprise est limitée quotidiennement comme suit:

Cuisson:	au plus 1400 beignes,
Saupoudrage:	au plus 1200 beignes,
Glaçage:	au plus 1000 beignes.

Le responsable de la production exige que la production de beignes glacés doive être d'au moins 600 quotidiennement. Construire un modèle où l'on cherche à maximiser le profit de l'entreprise.

### **4. [NOBE 95] Le marchand de fruits**

Un camionneur marchand de fruits, qui fait régulièrement la navette entre la Floride et le Québec, est présentement en Floride chez un producteur et planifie ses achats de fruits. S'il prend un plein chargement de tangerines, il peut en transporter 800 caisses. Il considère cependant qu'il lui serait impossible d'en revendre plus de 200 caisses. De plus, son carnet de commandes lui impose de rapporter au moins 200 caisses d'oranges et au moins 100 caisses de pamplemousses. Une caisse de pamplemousses occupe 2 fois plus d'espace qu'une caisse d'oranges, et 1,5 fois l'espace occupé par une caisse de tangerines. Les oranges, les pamplemousses et les tangerines lui rapporteront respectivement 6\$, 5\$ et 10\$ la caisse. Comment doit-il répartir son chargement?

### **5. [NOBE 95] La société forestière**

Une société forestière veut utiliser de façon optimale le bois obtenu de l'exploitation d'une concession forestière. Comme elle dispose d'une scierie et d'une usine de déroulement des billes, les 2 débouchés possibles pour son bois sont le bois de sciage et le contreplaqué. La production de 1000 pieds de planche requiert 1000 unités d'épinette ou 1200 unités de sapin. La fabrication de 1000 pieds carrés de contreplaqué requiert 2000 unités d'épinette et 4000 unités de sapin.

Des boisés concédés, la société pourra tirer au plus 150 000 unités d'épinette et au plus 200 000 unités de sapin. L'entreprise s'est engagée à produire 40 000 pieds de planche et 30 000 pieds carrés de contreplaqué. Produire 1000 pieds de planche rapporte 200\$; produire 1000 pieds carrés de contreplaqué rapporte 1300\$. Quel plan de production la société devrait-elle envisager?

**6. [ECKE 88]**

Le propriétaire d'un grand restaurant examine de quelle façon il peut se procurer des nappes pour chaque jour de la semaine (7 jours) où le restaurant est ouvert. De nouvelles nappes peuvent être achetées 10\$/unité; après avoir été utilisées pendant une journée, on peut les faire nettoyer à la blanchisserie A (service d'un jour) ou à la blanchisserie B (service de 2 jours). Ainsi, par exemple, une nappe utilisée le lundi pourra être utilisée de nouveau le mercredi ou le jeudi selon qu'elle a été nettoyée par la blanchisserie A ou B. Il en coûte 3\$ / nappe pour faire affaire avec A et 1\$ / nappe avec B.

Le restaurant a besoin, du lundi au dimanche, de 110, 100, 160, 120, 180, 200 et 120 nappes, respectivement. À la fin de chaque semaine (à la fermeture, dimanche soir), toutes les nappes sont vendues 2\$ chacune; elles ne peuvent être réutilisées pour la semaine suivante.

Construire un modèle de programmation linéaire pour déterminer à un coût minimum de quelle façon le propriétaire aura à sa disposition les nappes dont il a besoin.

**7.** Montrer que le problème suivant appartient à la programmation convexe:

$$\begin{aligned} \text{Min } & f(x) \\ \text{subject to } & Ax = b, x \geq 0, \end{aligned}$$

où  $f(x)$  correspond à l'une des normes suivantes:

- a)  $f(x) = \|x\|_2 = (x^t x)^{1/2}$
- b)  $f(x) = \|x\|_\infty = \max \{ |x_i|, i = 1, 2, \dots, n \}$
- c)  $f(x) = \|x\|_1 = |x_1| + |x_2| + \dots + |x_n|.$

**8. [GAUV 95, p. 100]**

Déterminer le point de convergence et la vitesse de convergence de l'algorithme A défini par la formule récurrente suivante:

$$x_{k+1} = A(x_k) = 1/2 (x_k + a / x_k), \quad a > 0.$$

-----