

Illumination des objets

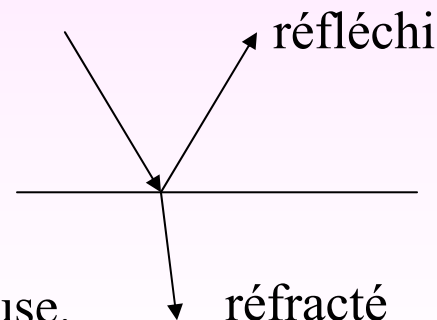
Modèles d'illumination

- Cela définit les paramètres qui entrent en jeu pour déterminer la couleur d'une surface en chaque point et, de quelle façon, ils sont pris en compte :

- position et orientation des surfaces,
- géométrie des objets de la scène,
- propriétés physiques des matériaux utilisés,
- caractéristiques des sources lumineuses (couleurs, position, ...),
- les différents milieux où se propagent la lumière.

- Un rayon lumineux peut être dévié de 2 façons :

- a) il peut être réfléchi
- b) il peut être réfracté.



- Présence de zones sombres:
parties cachées p/r source lumineuse.
- la présence de textures sur les objets.

Différentes sources de lumière

- A) Sources émettrices de lumière Ex. : soleil, ampoule, ...
- B) Sources réfléchissantes Ex. : un mur éclairé par une lampe de poche.

Dimension d'une source lumineuse

I) une source lumineuse petite comparativement à la taille des objets ou suffisamment éloignée des objets de la scène

≈ 1 point dans $\mathbb{R}^3$  Approximation souvent retenue.

II) Autrement. Ex. : ampoules, tubes au néon proches de la scène,

Nous allons considérer deux types d'illumination :

- Lumière diffuse ou lumière ambiante
- Lumière provenant de sources ponctuelles

Modèles de lumière

1. Modèle simple : lumière ambiante

- Un modèle sans source de lumière extérieure.
- Chaque objet non réfléchissant est montré avec une intensité intrinsèque.

$I_s \equiv$ l'intensité intrinsèque de la surface S.

- Au lieu de la luminosité intrinsèque, on considère une source de lumière diffuse, non directionnelle, produite par les multiples réflexions de la lumière sur les surfaces de la scène.

$$I_{AS} = R_{AS} i_A$$



← Intensité de la luminosité ambiante : identique dans toutes les directions (constante pour tous les objets)

Coefficient de réflexion ambiant qui varie entre 0 et 1
(montant de lumière ambiante réfléchi par chaque objet)

Intensité résultante de la luminosité ambiante de la surface S.

- R_{AS} n'est pas nécessairement un scalaire; on peut lui associer 3 composantes, l'une en rouge, l'autre en vert et, finalement, une en bleu.

Modèles de lumière

- Le coefficient de réflexion ambiant R_{AS} est une propriété du matériau propre à la surface S.
- Ce coefficient est déterminé empiriquement et ne correspond à aucune propriété physique de matériaux réels.
- La lumière ambiante n'intervient que pour prendre en compte la manière complexe avec laquelle la lumière atteint un objet – manière non prise en compte exactement dans ce qui suit.

Très peu d'intérêts

- Uniformité de l'illumination
- Aucun effet de profondeur



2. Ajout de la lumière provenant de chaque source ponctuelle T

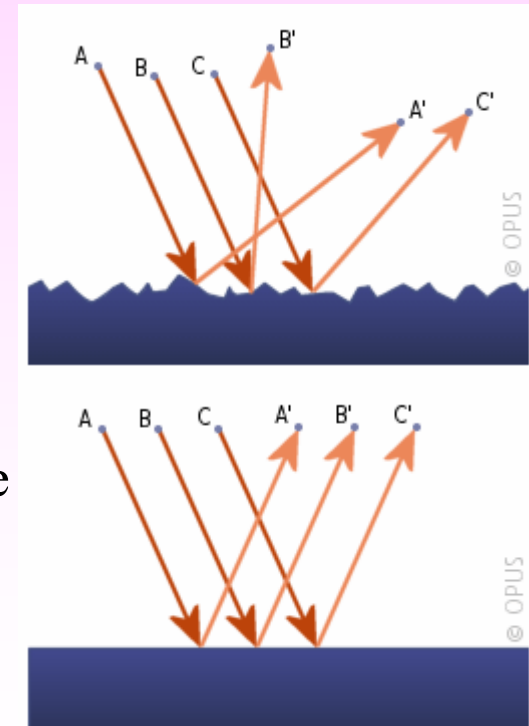
- Les rayons d'une **source ponctuelle** émanent d'un point unique dans toutes les directions.
- La luminosité de l'objet variera d'un endroit à l'autre, en fonction de la direction et de la distance p/r à la source ponctuelle T.
- Deux contributions provenant de la source T :

Réflexion diffuse :

produite par une surface irrégulière.
Elle ne produit pas d'image discernable.

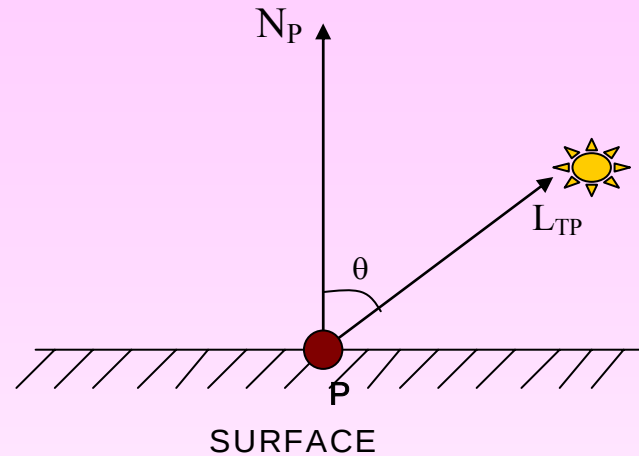
Réflexion spéculaire : produite par une surface très lisse (ex. : miroir ou surface d'eau très calme). Elle produit une image discernable d'un objet.

$$I_{PT} = I_{PT}^D + I_{PT}^S$$



- En présence de plusieurs sources lumineuses, les termes dus à la réflexion diffuse et à la réflexion spéculaire s'additionnent.

Réflexion diffuse ou réflexion de Lambert



Loi de Lambert

$$I_{PT}^D = R_{PD} \cos \theta i_T$$

Intensity de la source lumineuse T



coefficient de réflexion diffuse: une caractéristique de l'objet variant entre 0 et 1.

● Si N_P et L_{TP} sont unitaires,

$$I_{PT}^D = R_{PD} i_T (N_P \cdot L_{TP})$$

Réflexion diffuse

Note :

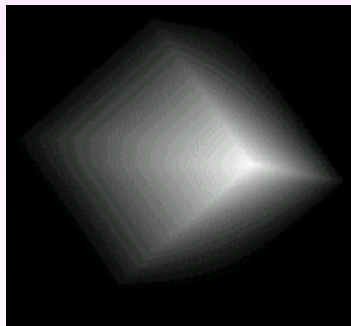
- On suppose que T est loin de la surface $\Rightarrow$ les rayons incidents sont parallèles.

$$L_{TP} \equiv L_T$$

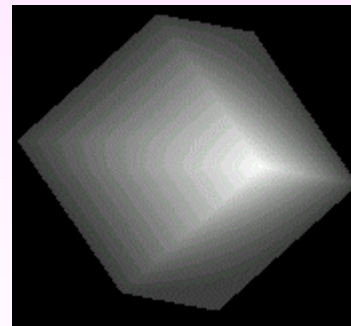
L'angle d'incidence est alors le même pour une surface plane.

- Tenir compte de la lumière ambiante : $I_P = I_{PT}^D + I_{AP}$

(les objets non éclairés directement apparaissent noirs).



VS



- Des surfaces parallèles, composées du même matériau, se recouvrant ensemble, apparaissent de la même teinte et ne peuvent être distinguées l'une de l'autre, quelque soit leur distance relative à la source lumineuse.

$\Rightarrow$ Pour pallier à ce problème, on introduit un facteur d'atténuation : f_{att} .

Ajout d'un facteur d'atténuation



$$I_{PT}^D = f_{att} R_{PD} \cos \theta i_T$$



Un premier choix pour f_{att} se base sur le fait que l'intensité à un point P provenant d'une source ponctuelle T décroît comme l'inverse du carré de d_{PT} où d_{PT} désigne la distance entre P et T.

$$f_{att} = \frac{1}{d_{PT}^2}$$



Cela provoque des effets irréalistes : f_{att} varie peu si la source lumineuse est très éloignée, et beaucoup si elle est très proche.



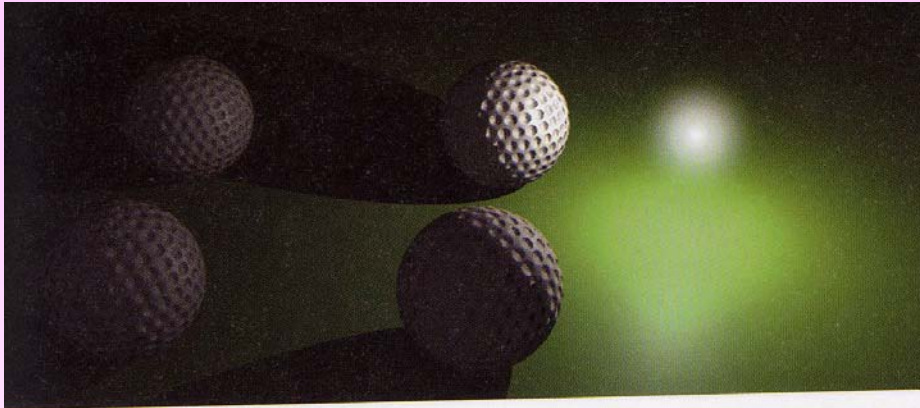
Compromis pratique :

$$f_{att} = \min \left(1, \frac{1}{c_{T1} + c_{T2} d_{PT} + c_{T3} d_{PT}^2} \right)$$

Les trois constantes définies par l'utilisateur sont associées à la source lumineuse.

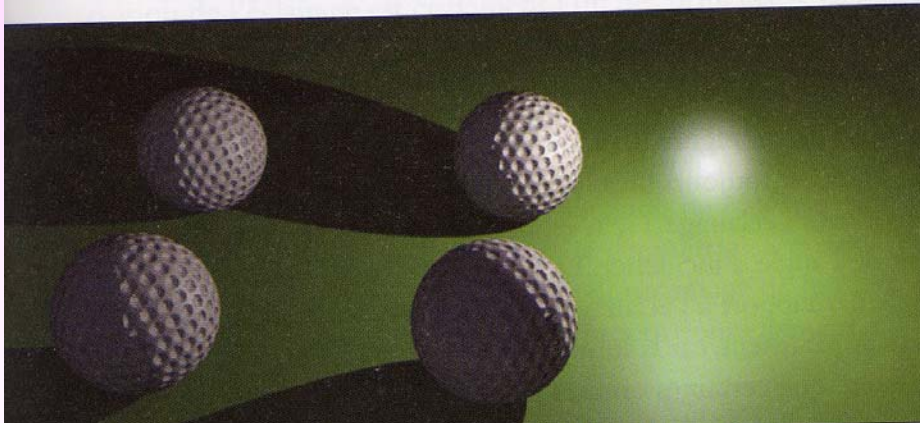
c_{T1} empêche le dénominateur de devenir trop petit lorsque T est proche des objets.

[Jeremy Birn, Éclairage & rendu numériques, 2001]



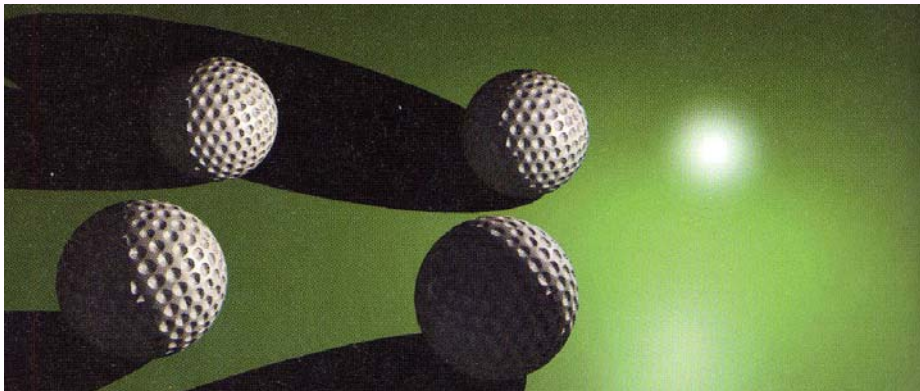
$$f_{\text{att}} = \frac{1}{d_{\text{PT}}^2}$$

La lumière est concentrée près de sa source.



$$f_{\text{att}} = \min \left(1, \frac{1}{c_{T_1} + c_{T_2} d_{\text{PT}}} \right)$$

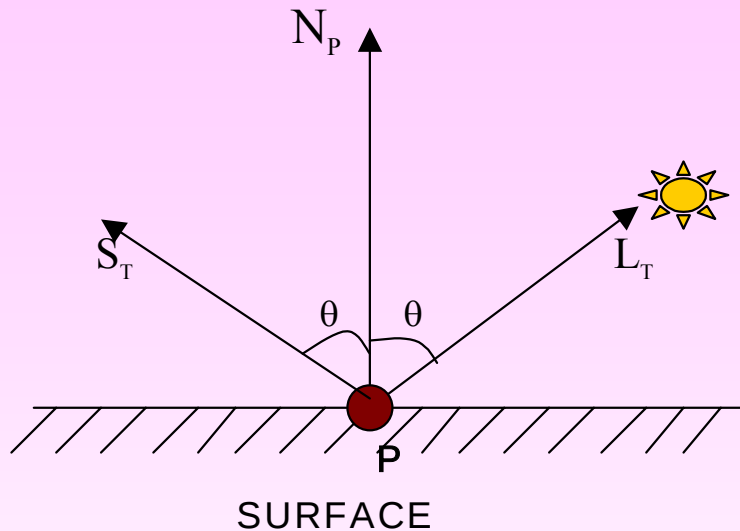
Facile à contrôler mais le résultat n'est pas parfaitement réaliste.



Sans atténuation, la lumière conserve sa pleine luminosité partout.

Réflexion spéculaire

- Produit une tache lumineuse de même couleur que la lumière incidente, autour de S_T .



avec S_T : rayon réfléchi spéculairement.

- En présence d'un réflecteur parfait, la réflexion spéculaire est visible uniquement si V_P (direction de l'observateur) et S_T coïncident.

- Autrement,

surface sans éclat :

tache grande

surface brillante :

tache petite.

Lois de Descartes

Définitions :

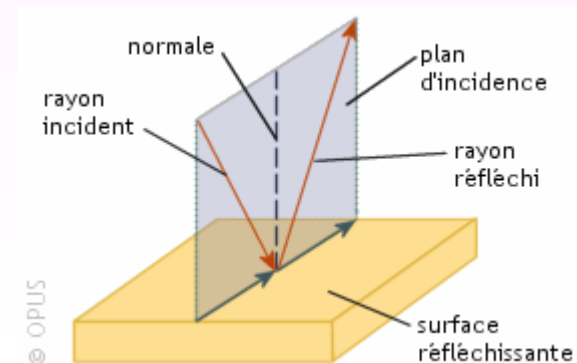
Le rayon incident est un rayon de lumière qui se dirige vers la surface réfléchissante.

Le rayon réfléchi est le rayon de lumière qui s'éloigne de la surface réfléchissante après avoir subi une réflexion.

La normale à la surface est un vecteur perpendiculaire à la surface réfléchissante et située au point d'impact du rayon incident sur la surface.

Première loi de la réflexion

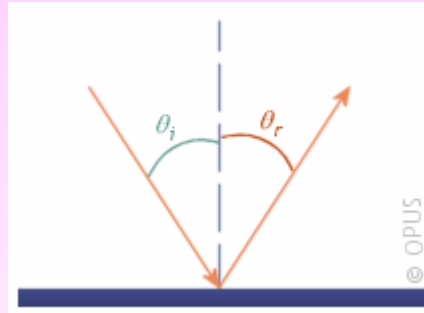
Le rayon incident, la normale à la surface réfléchissante et le rayon réfléchi se trouvent tous trois dans le même plan.



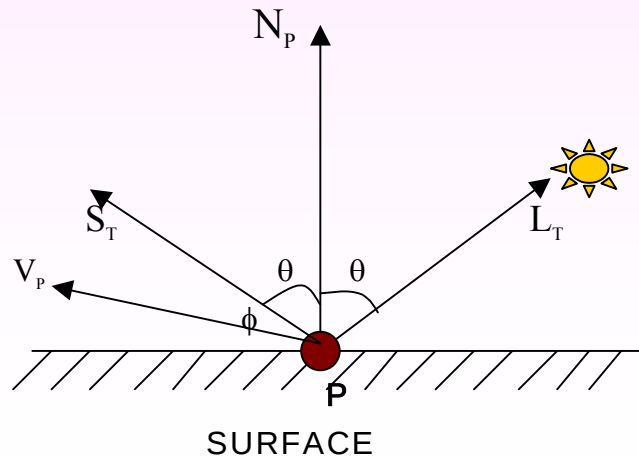
Lois de Descartes

L'angle entre le rayon incident et la normale à la surface (l'angle d'incidence) est égal à l'angle formé par la normale et le rayon réfléchi (l'angle de réflexion).

$$\theta_i = \theta_r$$



Réflexion spéculaire



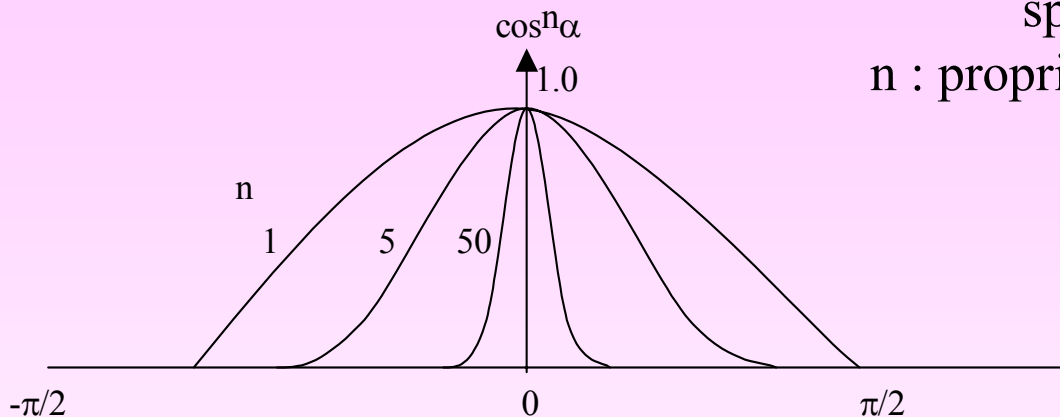
$\phi \approx 0 \Rightarrow I_{PT}^S$ est élevé.
 ϕ augmente $\Rightarrow I_{PT}^S$ diminue rapidement.

Phong(73)

Phong a développé un modèle d'éclairage pour les surfaces partiellement réfléchissantes, comme la surface d'une pomme.

I_{PT}^S dépend de $\cos^n \phi$

où $n \uparrow \Rightarrow$ la tache éclairée liée à la réflexion spéculaire est moins large,
 n : propriété physique d'un matériau.

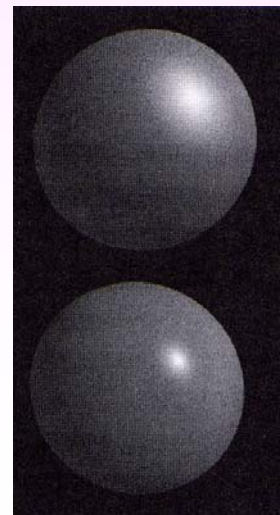


Les valeurs typiques de n varient entre 1 et plusieurs centaines, suivant le matériau.

Pour un corps réfléchissant parfait, n devrait être égal à l'infini.

$n = 5$

$n = 30$



Réflexion spéculaire

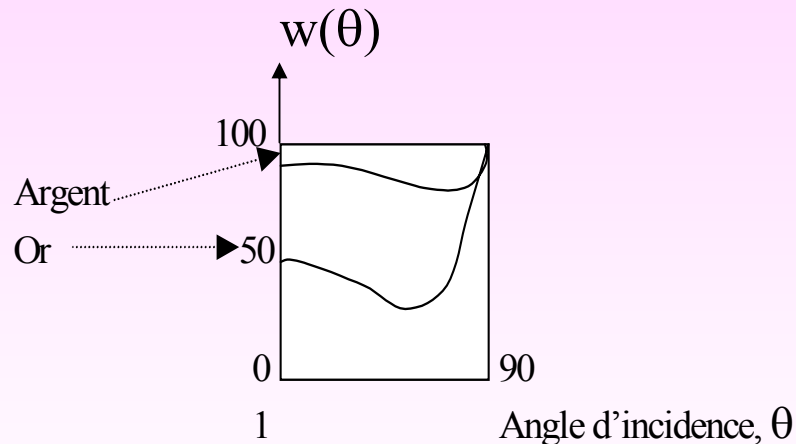
I_{PT}^S dépend aussi de l'angle d'incidence θ .

$\theta \uparrow \Rightarrow I_{PT}^S \uparrow$ (généralement)

$$I_{PT}^S = f_{att} w(\theta) \cos^n \phi i_T$$

Note :

Si V_P et S_T sont unitaires,
alors $\cos \phi = V_P \cdot S_T$



De plus, on pose en général le coefficient de réflexion spéculaire $R_{PS} = w(\theta)$.
Cette valeur est choisie empiriquement pour donner des résultats « adéquats ».

Modèle de lumière

$$I_P = R_{AP} i_A + \sum_{i=1, 2, \dots, N} f_{att} i_{T_i} \{R_{PD} (N_P \cdot L_{PT_i}) + R_{PS} (V_P \cdot S_{T_i})^n\}$$

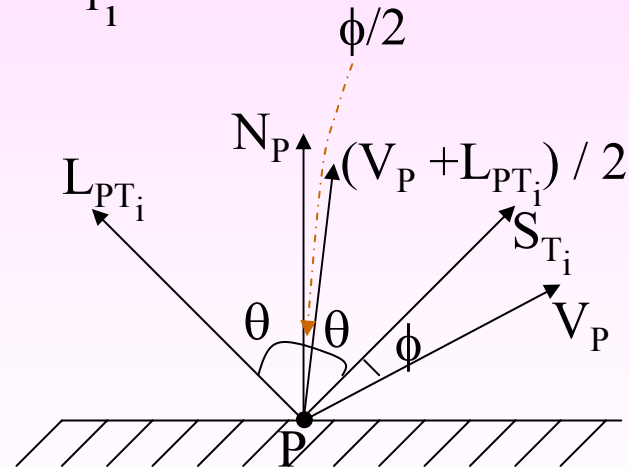
Simplifications lors des calculs

- Si T_i est éloignée par rapport à une surface,
alors $N_P \cdot L_{PT_i} = \text{constante}$, le long de la surface.
- Si l'observateur est éloigné par rapport à une surface,
alors $V_P \cdot S_{T_i} = \text{constante}$, le long de la surface.

Note : Calcul de $\cos \phi_i$ sans avoir à calculer S_{T_i}

$$\cos \phi_i / 2 = \frac{N_P \cdot (V_P + L_{PT_i})}{|V_P + L_{PT_i}|}$$

et $\cos \phi_i = -1 + 2 \cos^2(\phi_i / 2)$

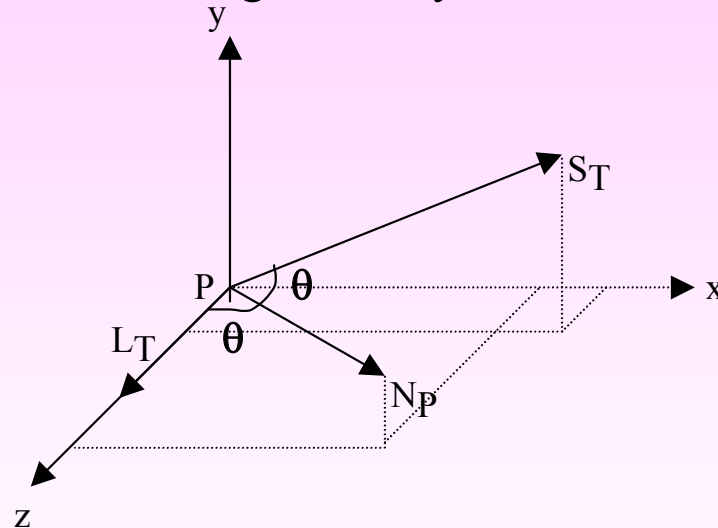


Calcul du vecteur S_T donnant la direction du rayon réfléchi

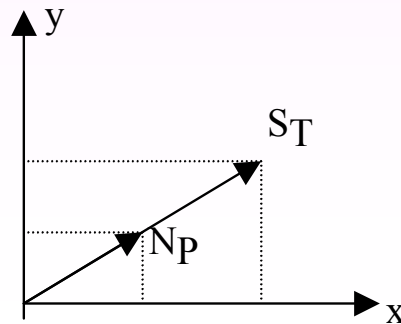
Sachant que : ● le rayon réfléchi appartient au plan d'incidence,
● les angles d'incidence et de réflexion sont égaux,

1er cas : L_T est sur l'axe des z

1. Faire coïncider P à l'origine du système de coordonnées



2. Projeter la normale N_P et le vecteur S_T sur le plan XY



Calcul du vecteur S_T donnant la direction du rayon réfléchi

3. Propriétés des triangles semblables : $\frac{S_{T_x}}{S_{T_y}} = \frac{N_{P_x}}{N_{P_y}}$

4. $\cos \theta = N_{P_z}$ car N_P est unitaire.

5. $S_{T_z} = \cos 2\theta = 2 \cos^2 \theta - 1 = 2 N_{P_z}^2 - 1$.

6. S_T est unitaire $S_{T_x}^2 + S_{T_y}^2 + S_{T_z}^2 = 1$

$$S_{T_x}^2 + S_{T_y}^2 = 1 - S_{T_z}^2 = 1 - \cos^2 2\theta$$

$$= S_{T_y}^2 (S_{T_x}^2 / S_{T_y}^2 + 1)$$

$$= S_{T_y}^2 (N_{P_x}^2 / N_{P_y}^2 + 1)$$

$$= S_{T_y}^2 (N_{P_x}^2 + N_{P_y}^2) / N_{P_y}^2$$

$$= S_{T_y}^2 (1 - N_{P_z}^2) / N_{P_y}^2$$

$$= 1 - (2 \cos^2 \theta - 1)^2$$

$$= 1 - (2 N_{P_z}^2 - 1)^2$$

$$= 4 N_{P_z}^2 (1 - N_{P_z}^2)$$

puis,

$$S_{T_y} = 2 N_{P_y} N_{P_z}$$

$$S_{T_x} = 2 N_{P_x} N_{P_z}$$

Calcul du vecteur S_T donnant la direction du rayon réfléchi

$$S_T = (2 N_{P_x} N_{P_z}, 2 N_{P_y} N_{P_z}, 2 N_{P_z}^2 - 1)$$

2^{ème} cas : L_T n'est pas sur l'axe des z

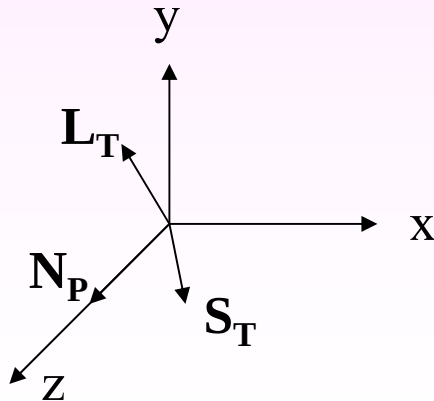
1^{er} approche

Soit A = transformation affine qui fait coïncider L_T avec l'axe des z,

$$S_T = A^{-1} \begin{pmatrix} 2 N_{P_x} N_{P_z} \\ 2 N_{P_y} N_{P_z} \\ 2 N_{P_z}^2 - 1 \end{pmatrix} A$$

2^{ème} approche

i) Faire coïncider N_P avec l'axe des z et le point P à l'origine.



$$S_{T_x} = -L_{T_x}$$

$$S_{T_y} = -L_{T_y}$$

$$S_{T_z} = L_{T_z}$$

ii) Appliquer les transformations inverses.

Calcul du vecteur S_T donnant la direction du rayon réfléchi

2^{ième} cas : L_T n'est pas sur l'axe des z

3^{ième} approche

i) N_P , L_T et S_T sont dans le même plan

$$\Rightarrow N_P \times L_T = S_T \times N_P \quad (3 \text{ équations, 3 inconnues})$$

Note: Les équations ne sont pas indépendantes.

ii) **les angles d'incidence et de réflexion sont égaux**

$$\Rightarrow N_P \cdot L_T = N_P \cdot S_T$$

Nous avons : $A \times S_T = B$ où $A \in \mathcal{M}_{4 \times 3}$ et $B \in \mathcal{M}_{4 \times 1}$

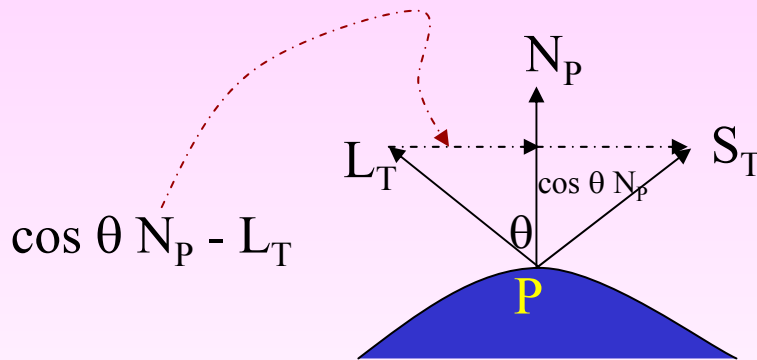
La solution unique est : $S_T = (A^t A)^{-1} A^t B$.

Calcul du vecteur S_T donnant la direction du rayon réfléchi

2^{ème} cas : L_T n'est pas sur l'axe des z

4^{ème} approche

Supposons que N_P et L_T sont normalisés.



La projection de L_T sur N_P est $\cos \theta N_P$.

On obtient alors : $S_T = \cos \theta N_P + \cos \theta N_P - L_T$

ou encore, $S_T = 2 \cos \theta N_P - L_T$.

Finalement, $S_T = 2 (N_P \cdot L_T) N_P - L_T$.

Modèles d'éclairage applicables à des polygones

Nous pouvons toujours calculer la normale à une surface en chaque point mais cela est gourmand en temps de calcul.

Illumination constante pour un polygone donné

Les hypothèses suivantes doivent être satisfaites :

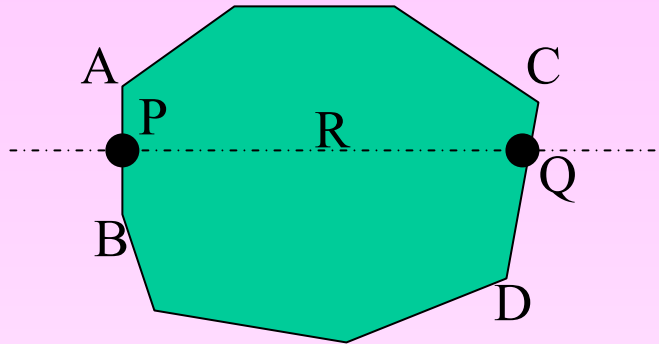
- i) la source lumineuse et l'observateur sont à l'infini.
- ii) le polygone n'est pas une approximation d'une surface courbe.

Cela occasionne un effet de surintensité lumineuse sur les arêtes polygonales.

Modèle de Gouraud (71) ou méthode d'interpolation d'intensité

- i on calcule les normales aux faces polygonales
- ii on calcule pour chaque sommet, la normale en ce sommet comme la moyenne arithmétique des normales aux faces auxquelles appartient le sommet.
- iii les intensités sont calculées en chaque sommet en utilisant la normale en ce sommet.
- iv Chaque polygone est rempli en calculant une interpolation linéaire des intensités des sommets.
On procède par balayage horizontal.

Modèles d'illumination applicables à des polygones



Soit I_w l'intensité au point w ($= A, B, C, D, P, Q, R$),

alors

$$I_P = \lambda I_A + (1 - \lambda) I_B, \quad \lambda = |PB| / |AB|$$

$$I_Q = \mu I_C + (1 - \mu) I_D, \quad \mu = |QD| / |CD|$$

puis,
$$I_R = \delta I_P + (1 - \delta) I_Q, \quad \delta = |RQ| / |PQ|$$

Accélération des calculs

Soient $\delta_1 < \delta_2$ tel que $R_1 = \delta_1 P + (1 - \delta_1) Q$ et $R_2 = \delta_2 P + (1 - \delta_2) Q$

on a :

$$I_{R_1} = \delta_1 I_P + (1 - \delta_1) I_Q,$$

$$I_{R_2} = \delta_2 I_P + (1 - \delta_2) I_Q,$$

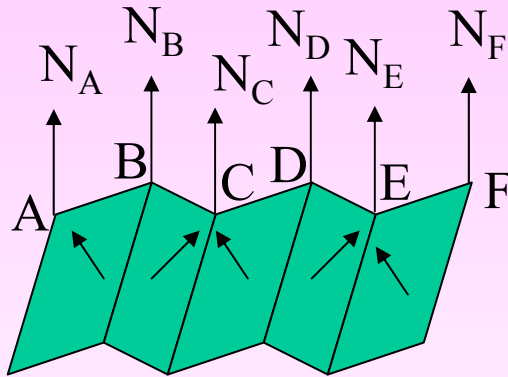
$$\text{et } I_{R_2} = I_{R_1} + \Delta I \cdot \Delta \delta \quad \text{où} \quad \begin{aligned} \Delta I &= I_P - I_Q \\ \Delta \delta &= \delta_2 - \delta_1 \end{aligned}$$

Si $R_{1_y} = R_{2_y}$ et $R_{2_x} = R_{1_x} + 1$ alors $\delta_2 - \delta_1 = \Delta \delta = 1 / |PQ|$

Modèles d'illumination applicables à des polygones

Difficulté :

même direction $\Rightarrow$ intensité égale à tous les points.



Modèles d'illumination applicables à des polygones

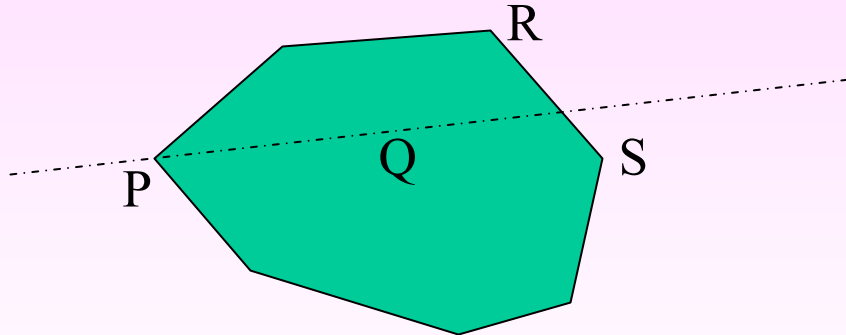
2e méthode d'interpolation linéaire des intensités des sommets

But : Calculer l'intensité d'un point Q à l'intérieur d'un polygone à partir de l'intensité de tous ces sommets.

- Calculer une combinaison linéaire convexe d'un point $Q \in$ au polygone convexe.

i Tous les sommets du polygone convexe possèdent l'attribut ACTIF.

ii Choisir un sommet P du polygone dont l'attribut est ACTIF.
Identifier l'arête RS, interceptée par le prolongement de PQ.



$$Q = \lambda P + (1 - \lambda) \{ \delta R + (1 - \delta) S \}$$

P, R et S possèdent l'attribut PASSIF.

iii Retourner à ii) s'il existe encore des sommets ACTIFS.

Modèles d'illumination applicables à des polygones

2e méthode d'interpolation linéaire des intensités des sommets

iv Soit M le nombre d'expressions de Q obtenues,

$$Q = \lambda_i P_i + \delta_i R_i + (1 - \lambda_i - \delta_i) S_i, \quad i = 1, 2, \dots, M$$

ou encore,

$$Q = \sum_{i=1, 2, \dots, M} \{ \lambda_i P_i + \delta_i R_i + (1 - \lambda_i - \delta_i) S_i \} / M$$

$$I_Q = \sum_{i=1, 2, \dots, M} \{ \lambda_i I_{P_i} + \delta_i I_{R_i} + (1 - \lambda_i - \delta_i) I_{S_i} \} / M$$



Modèles d'illumination applicables à des polygones

Modèle de Phong (73)

- i on calcule les normales aux faces polygonales
- ii on calcule pour chaque sommet, la normale en ce sommet comme la moyenne arithmétique des normales aux faces auxquelles appartient le sommet.
- iii la normale en un point est obtenue par interpolation linéaire des normales aux sommets;
l'intensité lumineuse à un point est obtenue à partir de cette normale.

Note :

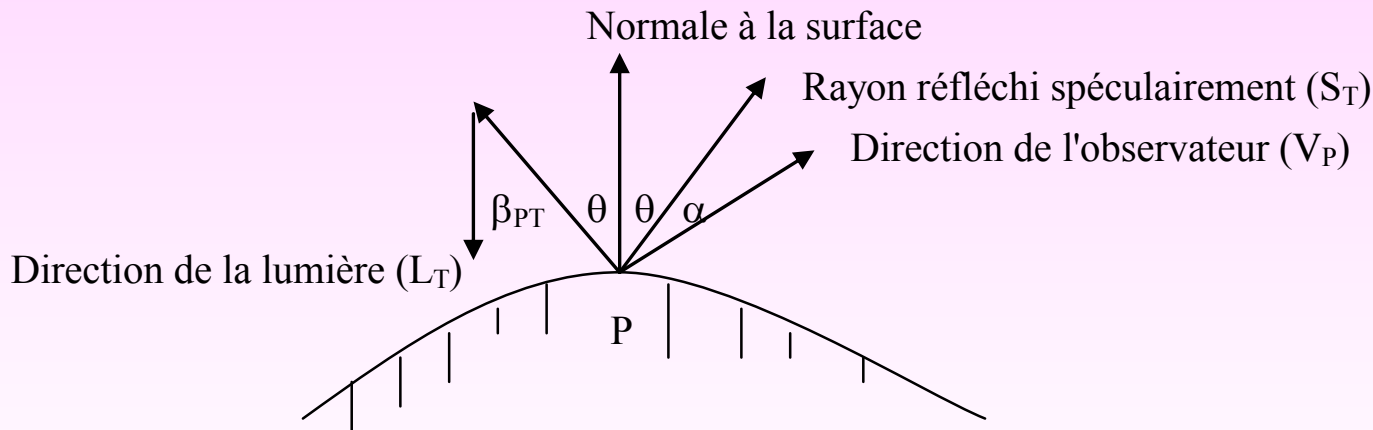
- Une approche par incrémentation est utilisée pour calculer les normales.
- Le modèle de Gouraud peut dans certains cas être préférable à celui de Phong.

Effets spéciaux applicables à n'importe quel modèle de lumières [Warn(83)]

But :

Au lieu de considérer les rayons d'une **source ponctuelle** émanant d'un point unique dans toutes les directions, il s'agit de contrôler la direction des rayons lumineux et l'intensité lumineuse.

A Fixer L_T indépendamment de la position de T et de P



Intensité lumineuse incidente à P, provenant de T, orientée dans la direction L_T :

$$i_T \cos^c \beta_{PT}$$

c élevé $\Rightarrow$ faisceau étroit

Modèle de lumière

$$I_P = R_{AP} i_A + \sum_{i=1, 2, \dots, N} f_{att} i_{T_i} \cos^c \beta_{PT_i} \{R_{PD} (N_P \cdot L_{PT_i}) + R_{PS} (V_P \cdot S_{T_i}^{28})^n\}$$

Effets spéciaux applicables à n'importe quel modèle de lumières [Warn(83)]

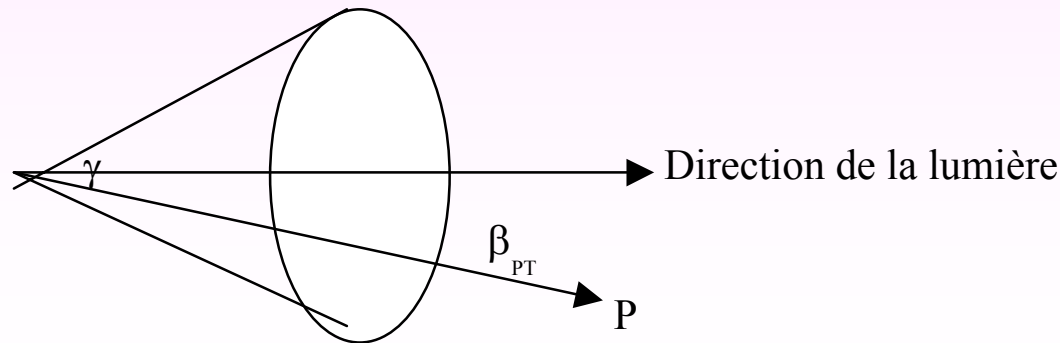
B Possibilité de réduire la zone éclairée

i) Utilisation de plans frontières

Exemple : Soient 2 plans $\pi_1: y = y_{\min},$
 $\pi_2: y = y_{\max},$
un point (x, y, z) de l'objet sera éclairé par T si
 $y \in [y_{\min}, y_{\max}].$

Exemple : la tombée d'un rideau.

ii) Utiliser un cône dont le sommet coïncide avec la source lumineuse



Si $\beta_{PT} < \gamma$ (ou mieux, $\cos \beta_{PT} > \cos \gamma$) seulement, il y aura contribution de T à P.

Modèle général proposé par Cook & Torrance

Les modèles présentés précédemment ne sont pas fondés sur un modèle physique réel.

Hypothèses faites par le modèle de Phong(73)

- La couleur de la réflexion diffuse est celle du matériau de l'objet.
- La couleur de la réflexion spéculaire est celle de la source lumineuse.
- Les 2 couleurs sont indépendantes de l'angle d'incidence.

Pourtant, il existe des différences :

- lorsque l'angle d'incidence est élevé,
- le modèle de Phong ne rend pas l'aspect métallique des objets.

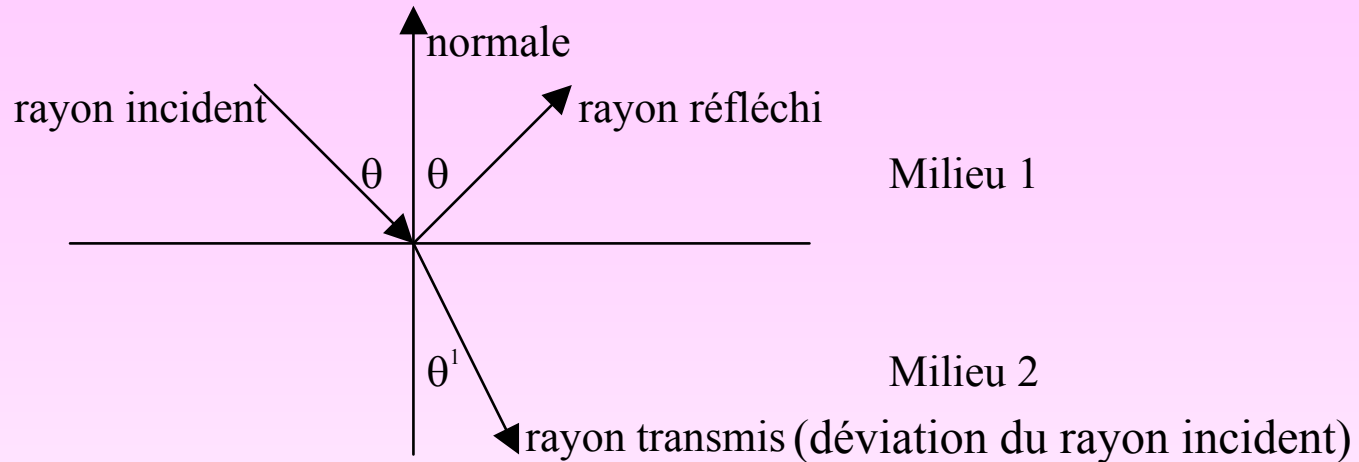
Conclusions de l'étude faite par Cook & Torrance

- La réflexion spéculaire est normalement de la couleur du matériau.
- Les réflexions diffuses et spéculaires peuvent engendrer des couleurs différentes.
- La couleur de la réflexion spéculaire s'approche de celle de la source lumineuse lorsque θ est près de $\pi/2$;
- Certains matériaux ont une réflexion diffuse presque nulle.

Ces résultats ont donné lieu à des modèles d'illumination physiques plus complexes.

Transparence

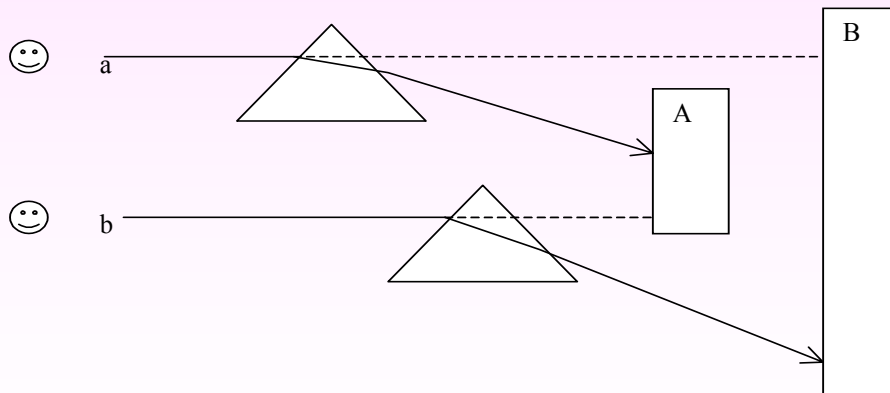
- Les objets de la scène ne sont pas tous opaques.



- Les objets qui transmettent la lumière peuvent être
 - transparents : à travers lequel les détails sont nettement distingués, comme le verre par exemple,
 - translucides : laissant passer la lumière mais au travers desquels on ne distingue pas nettement les détails, comme du verre sablé.
- Les rayons lumineux passant au travers d'un matériau translucide sont déviés par les irrégularités internes ou superficielles du matériau et les objets vus à travers un matériau translucide apparaissent flous.

Transparence sans réfraction

- Le plus simple est d'ignorer la réfraction et de laisser les rayons traverser les surfaces sans être déviés.
- Bien que non réaliste, la transparence sans réfraction est souvent utile pour permettre une vision sans distorsion à travers une surface.
- Ignorer cette déviation (objets minces)

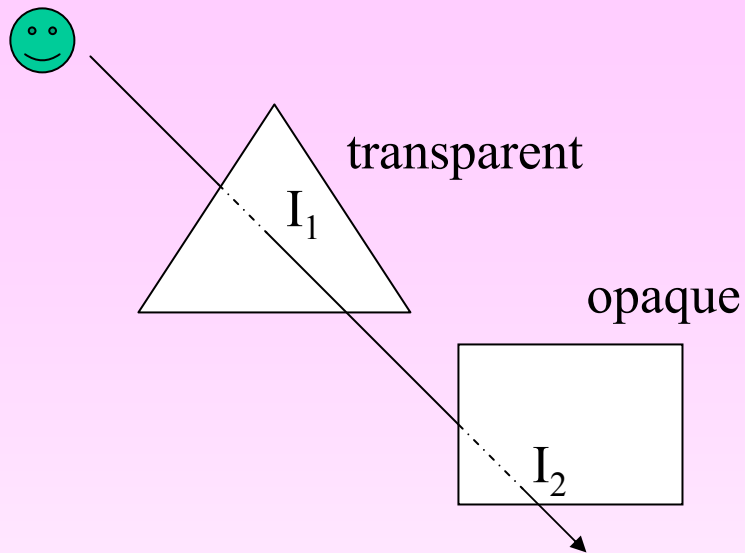


A et B : objets opaques,
a et b : rayons de lumière incidents.

Un objet visible peut ne pas être vu
ou encore
un objet invisible peut être vu.

➡ On peut adapter l'algorithme de z-buffer pour tenir compte de la transparence sans la réfraction en considérant plusieurs tableaux de profondeur et d'intensité.³²

Transparence sans réfraction



A $I = (1 - t) I_1 + t I_2, \quad t \in [0, 1]$

↑
Facteur de transparence

B Surfaces courbes (Kay[79])

$$t = t_{\min} + (t_{\max} - t_{\min}) [1 - (1 - |n_z|^p)]$$

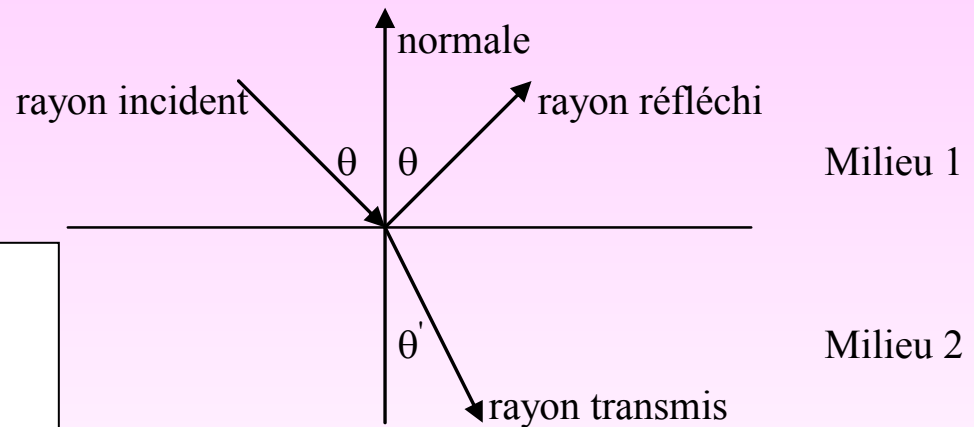
composante en z de la normale à la surface

↑ ↑
Facteur de transparence minimum et maximum

Transparence avec réfraction : calcul du rayon réfracté

1er approche :

Calcul du vecteur R donnant la direction du rayon réfracté en fonction de I et N et des indices de réfraction ?



Loi de Snell:

$$\eta_1 \sin \theta = \eta_2 \sin \theta'$$

où η_1 et η_2 sont les indices de réfraction des 2 milieux.

Note : I, N et R sont des vecteurs unitaires.

Puisque I, N et R sont dans un même plan, le plan d'incidence, on obtient :

$$(I \times N) \cdot R = 0. \quad (*)$$

Puisque θ' désigne l'angle de réfraction, on a :

$$(-N) \cdot R = \cos \theta' \quad (**)$$

Transparence avec réfraction : calcul du rayon réfracté

Pour calculer $\cos \theta'$, on procède comme suit :

$$\begin{aligned} & \eta_1 \sin \theta = \eta_2 \sin \theta' \\ \Rightarrow & \eta_1^2 \sin^2 \theta = \eta_2^2 \sin^2 \theta' = \eta_2^2 - \eta_2^2 \cos^2 \theta' \\ \Rightarrow & \cos^2 \theta' = (\eta_2^2 - \eta_1^2 \sin^2 \theta) / \eta_2^2 \\ \Rightarrow & \cos^2 \theta' = (\eta_2^2 - \eta_1^2 + \eta_1^2 \cos^2 \theta) / \eta_2^2 \\ \Rightarrow & \cos^2 \theta' = (\eta_2^2 - \eta_1^2 + \eta_1^2 (\mathbf{I} \cdot \mathbf{N})^2) / \eta_2^2. \end{aligned}$$

Finalement, $\mathbf{R}$ étant unitaire, on a :

$$\mathbf{R} \bullet \mathbf{R} = 1. \quad (***)$$

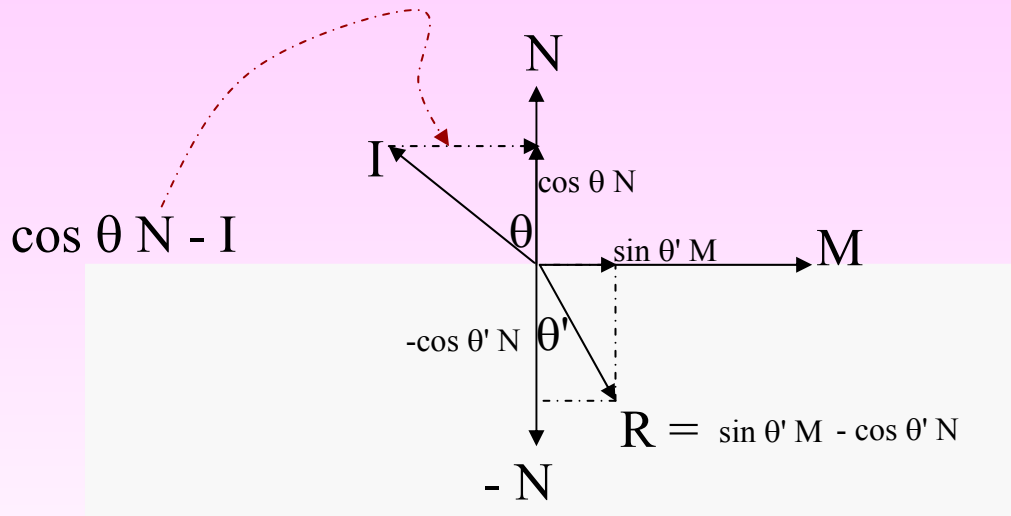
Pour obtenir les coordonnées (x, y, z) de $\mathbf{R}$,

- . on met en évidence z à partir de $(*)$;
- . puis, on remplace z dans $(**)$ et dans $(***)$ par l'expression précédente.
- . Cela donne lieu à 2 équations (l'une est linéaire et l'autre du second degré) en x et y lesquelles peuvent être résolues facilement.

Transparence avec réfraction : calcul du rayon réfracté

2^{ème} approche :

Supposons que $\mathbf{N}$ et $\mathbf{I}$ sont normalisés.



Posons $\mathbf{M}$, un vecteur unitaire tangent au plan d'incidence et perpendiculaire à $\mathbf{N}$.

Il s'ensuit que : $\mathbf{R} = \sin \theta' \mathbf{M} - \cos \theta' \mathbf{N}$.

Sachant que $|\cos \theta \mathbf{N} - \mathbf{I}| = \sin \theta$, il en résulte que $\mathbf{M} = (\cos \theta \mathbf{N} - \mathbf{I}) / \sin \theta$.

Par substitution, $\mathbf{R} = \frac{\sin \theta'}{\sin \theta} (\cos \theta \mathbf{N} - \mathbf{I}) - \cos \theta' \mathbf{N} = \frac{\eta_1}{\eta_2} (\cos \theta \mathbf{N} - \mathbf{I}) - \cos \theta' \mathbf{N}$

Transparence avec réfraction : calcul du rayon réfracté

En réordonnant les termes, on obtient :

$$R = \left(\frac{\eta_1}{\eta_2} \cos \theta - \cos \theta' \right) N - \frac{\eta_1}{\eta_2} I$$

Or, $\cos \theta = N \cdot I$

$$\begin{aligned} \eta_1 \sin \theta &= \eta_2 \sin \theta' & \Rightarrow & \sin^2 \theta' = \eta^2 \sin^2 \theta \text{ où } \eta = \eta_1 / \eta_2. \\ & & \Rightarrow & \cos^2 \theta' = 1 - \eta^2 \sin^2 \theta \\ & & \Rightarrow & \cos \theta' = \sqrt{1 - \eta^2 (1 - (N \cdot I)^2)} \end{aligned}$$

Méthode du lancer de rayons

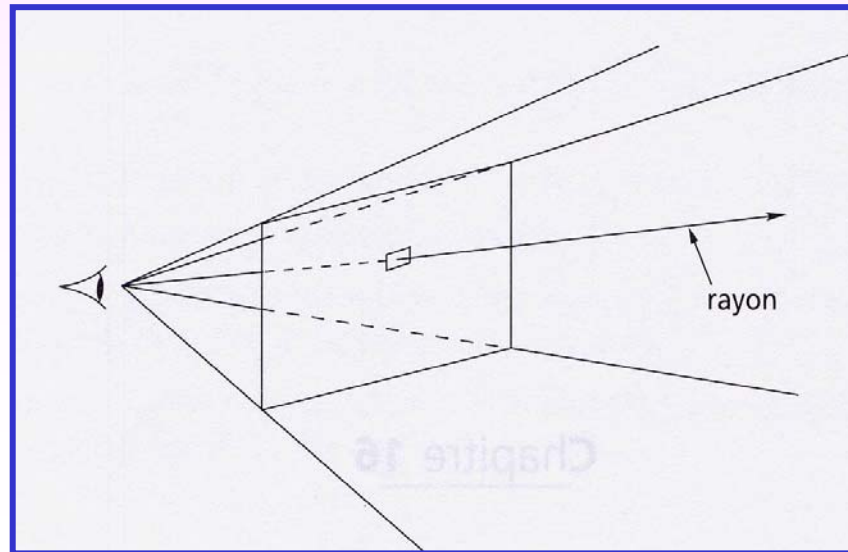
- C'est la manière la plus simple de générer des images réalistes.

Elle permet :

- d'éliminer les parties cachées,
- de prendre en compte la réflexion, la transparence, la réfraction et les zones d'ombre.

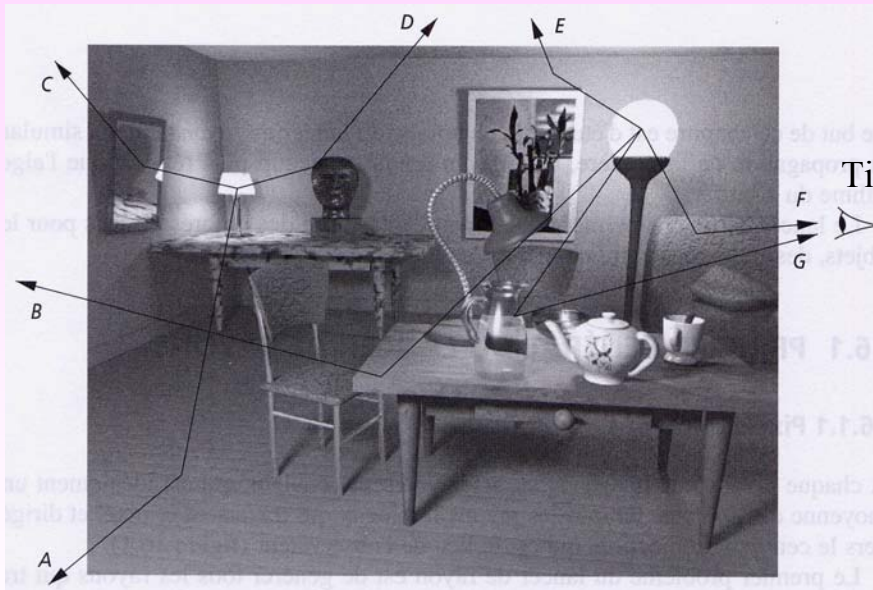
Elle exige toutefois des temps de calculs importants.

- À chaque pixel d'une image est associée une seule couleur, qui représente une « moyenne » des couleurs de tous les rayons lumineux qui traversent le pixel et sont orientés vers l'observateur.



Méthode du lancer de rayons

- En physique, la lumière part des sources lumineuses pour aboutir, après multiples réflexions et réfractions, à l'observateur.
- Plusieurs rayons issus d'une source lumineuse, tels les rayons A, B, C, D et E n'aboutissent jamais à l'observateur.



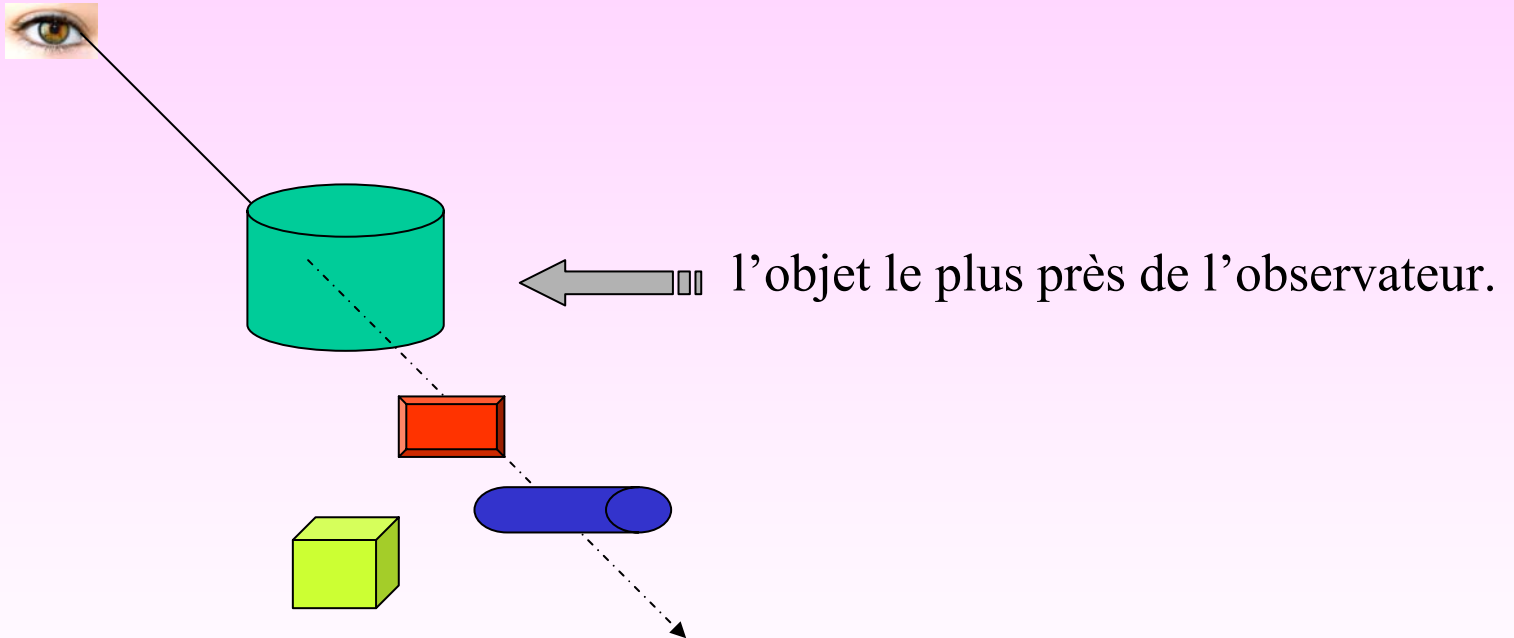
Tiré de Rémy Malgouyres, Algorithmes pour la synthèse d'images et l'animation 3D. Dunos, 2002.

- Pour éviter de traiter tous ces rayons inutiles, on suit les rayons à l'envers, à partir de l'observateur vers les sources de lumière.
- Cependant, pour chaque rayon aboutissant à l'observateur, il peut y avoir superposition de plusieurs rayons lumineux sur ce même rayon géométrique.

Méthode du lancer de rayons

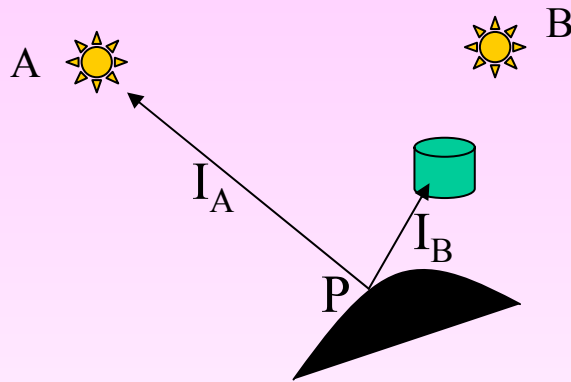
- Ces rayons lumineux sont divisés en 4 classes :

- les rayons issus de la lumière ambiante,



Méthode du lancer de rayons

- ° les rayons incidents issus directement d'une source lumineuse vers la surface,



Si le rayon incident ne rencontre aucun objet sur le trajet vers la source lumineuse (ex. A), cette source contribue à l'éclairage à P.

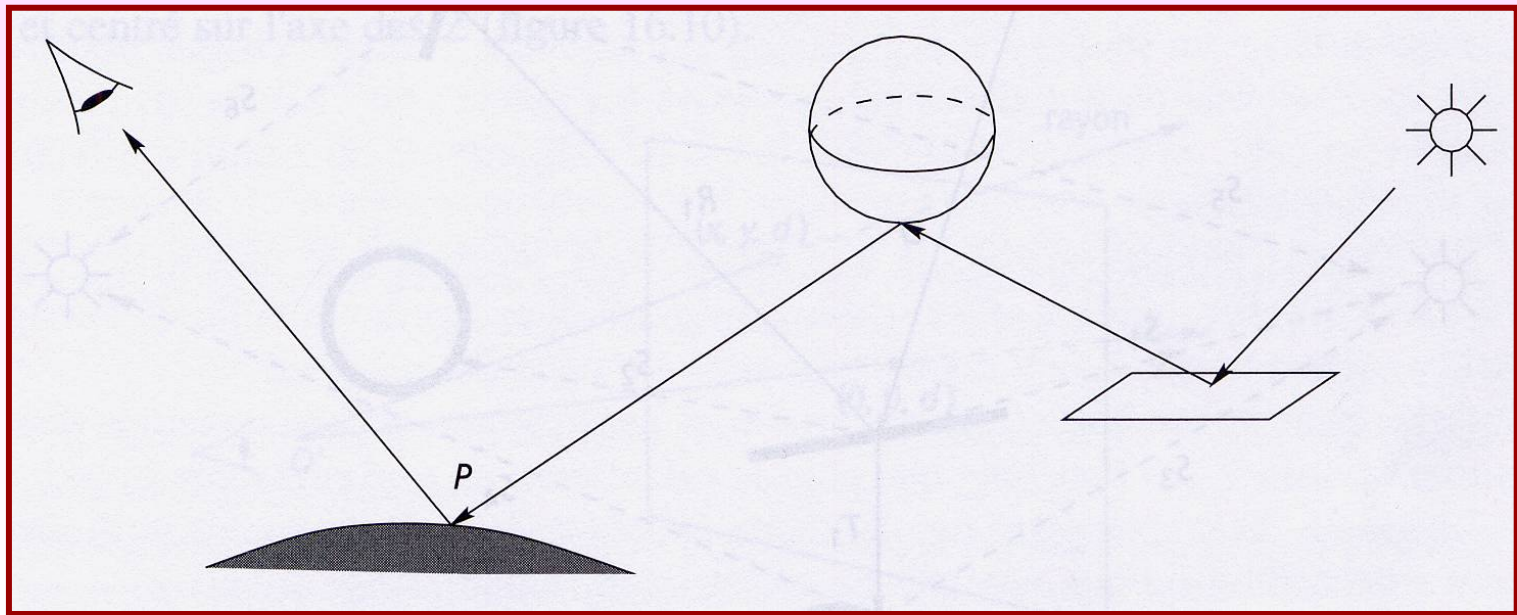
Si le rayon incident rencontre un objet sur le trajet vers la source lumineuse (ex. B), cette source ne contribue pas directement à l'éclairage à P.

Méthode du lancer de rayons

° les rayons réfléchis,

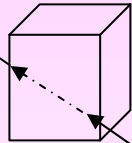
On applique les lois de Descartes.

Il s'agit donc de rayons lumineux qui proviennent d'autres objets.

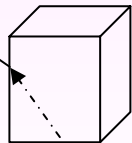


Méthode du lancer de rayons

° les rayons transmis avec ou sans réfraction,



rayon transmis sans réfraction



rayon transmis avec réfraction

La direction du rayon transmis est obtenue à l'aide de la loi de Snell.

Méthode du lancer de rayons

Approche récursive :

Étant donné un rayon qui aboutit à l'œil, quels sont les objets et les sources lumineuses qui contribuent à sa couleur ?

Plusieurs rayons interviennent :

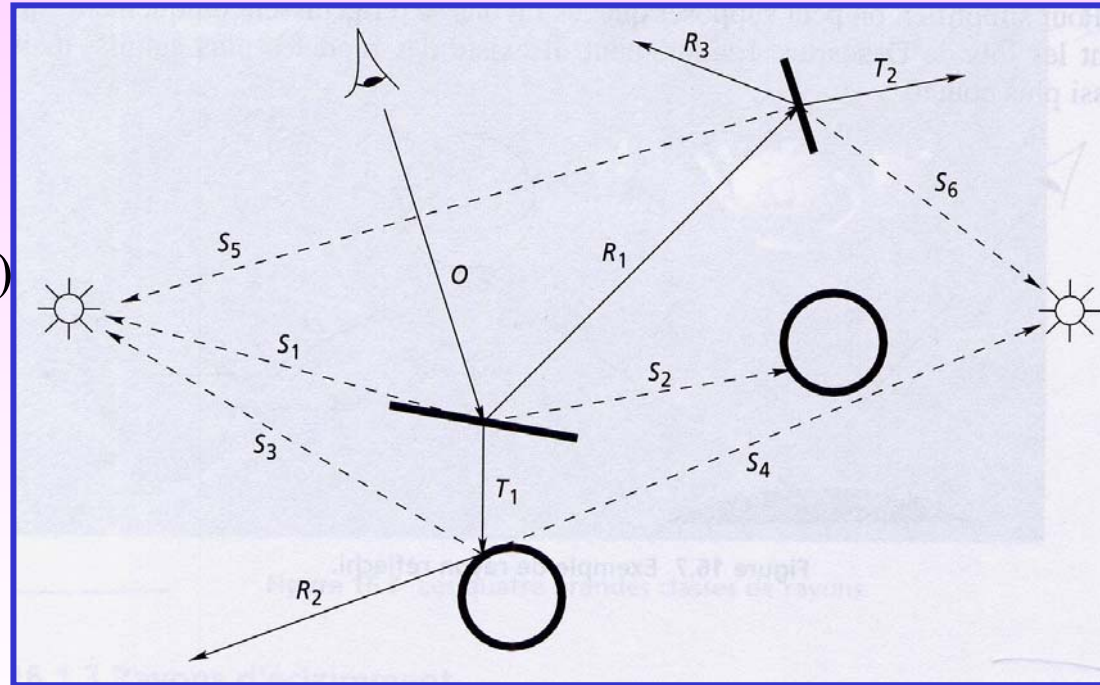
issu de la lumière ambiante,

incident : S_1 et S_2 (non contributif)

réfléchi : R_1

transmis : T_1

rayons
secondaires



La lumière du rayon R_1 provient de : la lumière ambiante, S_6 , R_3 et T_2 .

La lumière du rayon T_1 provient de : la lumière ambiante, S_3 , S_4 et R_2 .

La lumière des rayons R_1 et T_1 est calculée récursivement comme celle du rayon ⁴⁴ O.

Schéma général de l'algorithme du lancer de rayons

Choisir un centre de projection C et une fenêtre dans le plan de vue.

```
void Lancer_de_rayons(Scene S)
```

$$\{$$

pour chaque ligne de balayage d'ordonnée y

pour chaque pixel (x, y) de la ligne de balayage y

déterminer la direction R du rayon issu de C ,

passant par le pixel (x, y) ,

```
couleur du pixel (x, y) = Lancer_un_rayon(S, C, R, 1);
```

$$\}$$

les objets de la scène.

le centre de projection

la direction R du rayon qui aboutit à l'œil

Profondeur
(niveau
de
récursivité)

Schéma général de l'algorithme du lancer de rayons

couleur Lancer_un_rayon(Scene S, point Q, vecteur R, int profondeur)

{

Si profondeur > Profondeur_maximum alors retourner la couleur de fond.

Déterminer le pt. d'intersection P du rayon défini à l'aide de $Q + \lambda R$, $\lambda \geq 0$
avec l'objet de S le plus près de Q.

Si ce rayon n'intercepte aucun objet de S alors retourner la couleur de fond.

Calculer N_p la normale à la surface au point P.

Définir une couleur T initialisée à la lumière ambiante pour cette surface.

pour chaque source lumineuse L

{

Définir une demi-droite I issue de P vers L.

S'il n'existe aucun objet entre P et L interceptant I

{

Ajouter à T les composantes de réflexion diffuse et spéculaire.

Calculer la direction du rayon réfléchi REF.

$T += \text{Att}(\text{profondeur}) * \text{Lancer_un_rayon}(S, P, \text{REF}, \text{profondeur} + 1).$

Calculer la direction du rayon transmis TRANS.

$T += \text{Att}(\text{profondeur}) * \text{Lancer_un_rayon}(S, P, \text{TRANS}, \text{profondeur} + 1)$

}

}

retourne T.

// Une fonction d'atténuation est insérée tenant compte 46

// du niveau de profondeur. Ex. : $\text{att}(p) = 1 / (p + 1).$

}

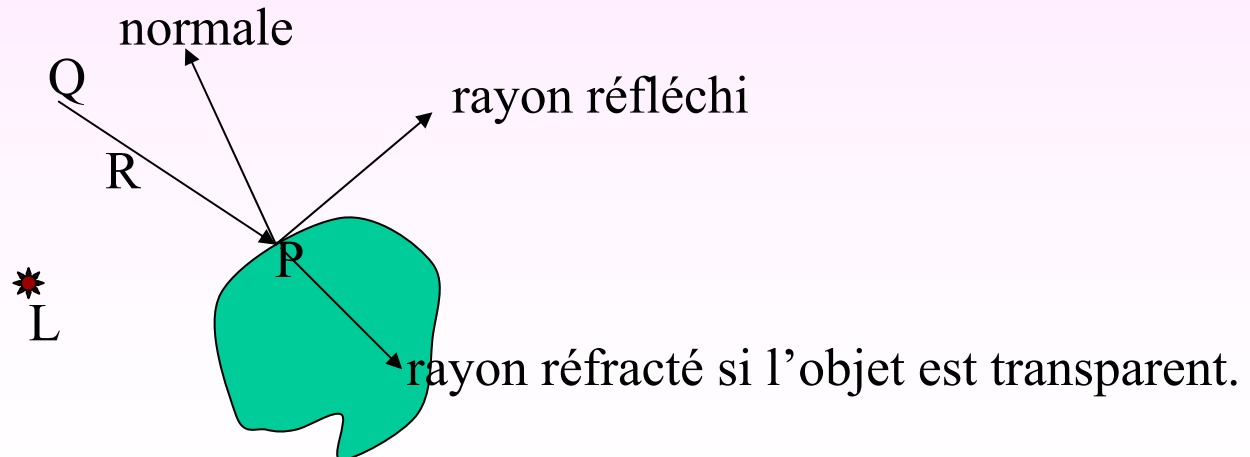
Algorithme du lancer de rayons

- L'algorithme précédent est de nature récursive. Toutefois, on peut procéder autrement en rangeant les données précédentes dans un arbre.

Chaque sommet renferme un rayon défini à l'aide d'un point Q et d'une direction R.

Si ce rayon n'intercepte aucun objet de la scène ou encore, la profondeur de ce sommet est maximale, ce sommet n'a aucun fils.

Autrement, soit P le point d'intersection avec l'objet le plus près de la scène,
pour chaque source lumineuse L, où il n'y a pas d'objets entre P et L,
ce sommet aura un fils renfermant le rayon réfléchi issu de L et
un fils renfermant le rayon transmis le cas échéant.



- L'arbre est évalué en débutant par les sommets terminaux et en tenant compte de la profondeur de chaque sommet pour introduire une fonction d'atténuation.



<http://www-viz.tamu.edu/students/sarah/images/raytracing/refraction.gif>

Surfaces non éclairées

- Cela arrive lorsque la direction de l'observateur et celle de la source lumineuse ne coïncident pas.
- 2 zones sombres :
 - l'ombre : région complètement noire
 - la pénombre : région partiellement éclairée.
- Les sources lumineuses ponctuelles ne génèrent que de l'ombre.
- La prise en compte de l'ombre nécessite la résolution d'un problème d'élimination de parties cachées pour chaque source lumineuse.
- L'algorithme de tracé de rayons est un choix judicieux.



Comment ajuster l'intensité d'un segment visible dans l'ombre ?

1. Un segment dans l'ombre sera complètement noir.
2. L'intensité du segment dépend de celle de la source.
3. On tient compte de facteurs de distance.



Prise en compte de l'ombre des objets

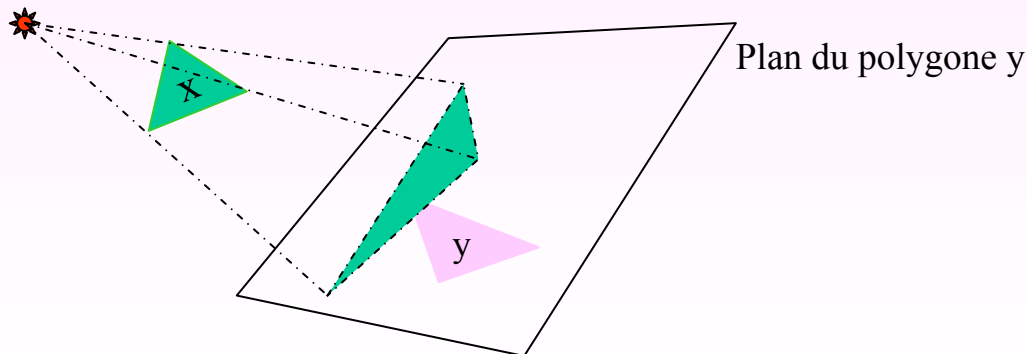
A) Algorithmes basés sur une technique de balayage horizontal

Adaptation de l'algorithme de Watkins

1. Construire une matrice binaire A d'ordre n pour chaque source lumineuse où n désigne le nombre de polygones de la scène.

$$A(x, y) \equiv \begin{cases} 1 & \text{si le polygone } x \text{ peut projeter une ombre sur le polygone } y, \\ 0 & \text{s'il ne peut pas.} \end{cases}$$

- Procédé :
- Il s'agit de projeter le polygone x dans le plan du polygone y.
 - Puis, vérifier si la projection de x intercepte y ou non.
 - Le cas échéant, découper y en zones éclairées et non éclairées.



Note : Dans le cas de la diagonale, un "1" indique qu'un polygone y est invisible par rapport à la source i.e. y est recouvert au complet par les autres polygones.

Prise en compte de l'ombre des objets : algorithme de Watkins

2. On applique l'algorithme de Watkins :

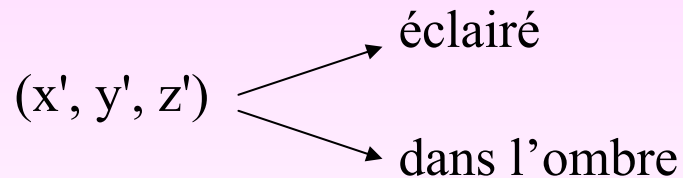
chaque segment visible de l'observateur est obtenu.

3. Un 2^{ième} balayage horizontal est effectué parmi les régions dans l'ombre :

- Aucun polygone ne peut projeter une ombre sur le polygone associé au segment visible de l'observateur : le segment est affiché.
- S'il existe des polygones qui projettent une ombre sur le polygone associé au segment visible, mais, la région (« span ») définie par le segment est en aucun cas interceptée par ces polygones : le segment est affiché.
- Lorsqu'un ou plusieurs des polygones qui projettent une ombre sur le polygone associé au segment visible recouvrent complètement la région définie par le segment visible, un ajustement de l'intensité du segment visible est effectué.
- Si une région est recouverte partiellement par une zone sombre, on doit subdiviser en « sous-régions ».

Adaptation de l'algorithme « z-buffer »

1. Calculer & conserver la composante en z de chacun des points éclairés.
2. Calculer & conserver la composante en z de chaque point visible de l'observateur.
3. $\forall (x, y, z)$ visible de l'observateur,
 - Obtenir (x', y', z') le même point dans le système de coordonnées propre à cette source lumineuse.
 - Comparer z' à la valeur que l'on retrouve dans la mémoire tampon à (x', y') .



Note : On peut utiliser une technique de balayage.

Prise en compte de l'ombre des objets

- B) Adaptation d'algorithmes de faces cachées qui opèrent dans l'espace-objet

Adaptation de l'algorithme de Weiler & Atherton

Approche :

- Déterminer les polygones visibles à partir de la source lumineuse.
- On relie chaque surface éclairée au polygone de la scène dont il est issu.

Note : Chaque polygone de la scène peut être décomposé en plusieurs fragments éclairés et non éclairés.

- La scène visible par rapport à l'observateur est obtenue.
- Chaque polygone visible est décomposé en fragments.

- C) On considère les volumes de projection d'une ombre (CROW[77]).

- D) Adaptation de l'algorithme de tracé de rayons pour l'élimination des parties cachées.