

Travail pratique #1 Introduction – codage arithmétique

Questions

Donnez le développement pour vos réponses, en particulier quand le calcul est long.

Il y a une(des) question(s) bonus dans ce travail. La note maximale que vous pourrez avoir au global dans ce travail se limite à 100%. Je ne reporterai pas un éventuel excédent de points sur l'autre travail ou sur les examens.

1. (25 points.) **Codes uniquement décodables.** Pour chacun des codes suivants, indiquez s'il est uniquement décodable. Si oui, donnez une justification (par exemple, une trace de l'algorithme vu en classe). Si non, donnez un exemple de chaîne de bits qui est décodable de deux façons différentes.

Code 1	Code 2	Code 3	Code 4	Code 5
a : 00	a : 000000001	a : 000	a : 000	a : 000
b : 00101	b : 001	b : 0010	b : 001	b : 001
c : 010	c : 1	c : 00110	c : 010	c : 010
d : 010101	d : 10	d : 00111	d : 011	d : 0101
e : 011	e : 10000	e : 01	e : 0111	e : 011
f : 011101	f : 100000	f : 100000	f : 100	f : 1001
g : 100		g : 100001	g : 101	g : 101
h : 100101		h : 10001	h : 110	h : 110
i : 11		i : 1001	i : 1111	i : 111
j : 11101		j : 1010		
		k : 1011		
		l : 11		

2. (10 points.) **Codes préfixes.** Soit l'alphabet $\{a, b, c, d, e, f, g, h\}$. Dans chacun des cas si-dessous, indiquez s'il existe un code préfixe dont la longueur du mot de code de chaque symbole est celle indiquée dans le tableau. Si oui, donnez un tel code préfixe. Si non, expliquez pourquoi.

(a)

a	b	c	d	e	f	g	h
6	2	5	1	8	4	7	3

(b)

a	b	c	d	e	f	g	h
4	2	4	3	2	3	4	3

3. (20 points.) **Codes préfixes.** Considérez l'alphabet Σ suivant ainsi que les fréquences d'apparition associées.

a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l
4	12	13	7	5	10	14	10	9	11	8	13

- (a) Construisez un code préfixe pour Σ en utilisant l'algorithme de Shannon-Fano. Calculez la longueur moyenne des mots de code.
- (b) Construisez un code préfixe pour Σ en utilisant l'algorithme de Huffman. Calculez la longueur moyenne des mots de code.
4. (15 points.) **Codes de Golomb.** Considérez les nombres naturels comme alphabet. La probabilité du nombre i , $i \geq 0$, est :

$$p_i = \frac{1}{5} \left(\frac{4}{5}\right)^i.$$

Afin de vous aider à répondre aux sous-questions, voici deux identités qui peuvent vous être utiles.

$$\sum_{i=0}^{\infty} r^i = \frac{1}{1-r} \quad \sum_{i=0}^{\infty} i \cdot r^i = \frac{r}{(1-r)^2}$$

- (a) Considérez le code de Golomb de paramètre $m = 3$. Montrez la forme des mots de code pour les divers naturels et calculez la longueur moyenne du mot de code d'un naturel tiré aléatoirement.
- (b) (BONUS! 5 points.) Faites de même en considérant le code de Golomb de paramètre $m = 4$.

5. (10 points.) **Codes de Tunstall.** Construisez un code de Tunstall dont les mots de code font 5 bits. L'alphabet source et les probabilités des symboles sont les suivants.

a	b	c	d
$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{1}{7}$

6. (20 points.) **Codage arithmétique.** Considérez l'alphabet $\{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$ où $p(\mathbf{a}) = 2/5$, $p(\mathbf{b}) = 2/5$, et $p(\mathbf{c}) = 1/5$. Vous devez décrire la gestion de l'intervalle de travail au cours de l'encodage de la chaîne **bcba**. Il y a cinq moments distincts : le moment de départ et le moment qui suit l'encodage de chaque symbole. Vous devez faire les redimensionnements de l'intervalle de travail (à l'aide de E_1 , E_2 et E_3) au fur et à mesure.
- (a) Faites la gestion de l'intervalle en manipulant des fractions exactes ; i.e. ayant une précision illimitée.
 - (b) Faites la gestion de l'intervalle en manipulant des nombres entiers à 5 bits ; i.e. les bornes de l'intervalle doivent être approximées en trente-deuxièmes.

Remise des travaux

Vous devez remettre le travail via **Pixel**. Les autres modalités de remise sont inscrites dans le plan de cours.