Mohamed Haj Taieb
Local: PLT 2113
Courriel: mohamed.haj-taieb.1@ulaval.ca

Série d'exercices 8 : Mathématique pour la compression avec perte

Problème 1

Considérer le schéma de compression d'une séquence binaire qui comporte les étapes suivantes :

- On subdivise la séquence binaire en block de taille M.
- Pour chaque bloc on calcule le nombre de 0 : n_0.
- Si $n_0 \geq M/2$, on envoie 0.
- Sinon, on envoie 1.

Considérer maintenant une séquence binaire avec P(0)=0.8.

a) Calculer les débits R_1 et R_2 et les distorsions D_1 et D_2 pour M=1 et M=2

b) En utilisant $R(D)=\begin{cases} H_b(p)-H_b(D) & \text{pour } D<\min\{p,1-p\} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$, calculer les débits optimaux R_{opt1} et R_{opt2} correspondant à D_1 et D_2.
Définition : $H_b(p)=-p\log_2 p-(1-p)\log_2(1-p)$

c) Un encodeur entropique est utilisé maintenant pour coder la séquence binaire après compression. Déterminer $R_{entropie1}$ et $R_{entropie2}$ correspondant à D_1 et D_2.

Problème 2

En partant de la définition de l'information mutuelle, démontrer que pour X et Y deux variables aléatoires :

I(X;Y)= I(Y;X).

Mohamed Haj Taieb
Local: PLT 2113
Courriel: mohamed.haj-taieb.1@ulaval.ca

Problème 3

Soit deux sources binaires X et Y tel que

- $P(X=0)=p$,
- $P(X=0|Y=1)= P(X=1|Y=0)=D$

Soit aussi une mesure de distorsion $d(x,y)=(x+y) \bmod 2$ [sommation modulo 2]

Démontrer que $I(X,Y)= H_b(p)- H_b(D)$

Problème 4

Déterminer la fonction d'autocorrélation pour :

a) Processus AR(1)
b) Processus MA(1)