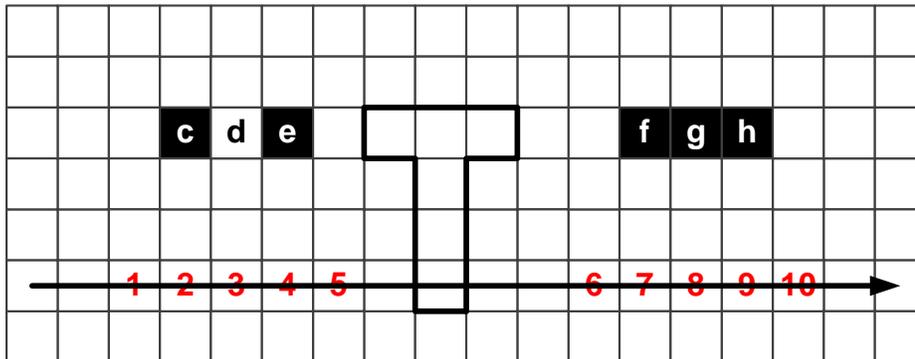


2) (5 pts) Vous avez un robot équipé d'un sonar qui pointe sur le côté du robot. Le robot parcourt un mode plat qui contient 5 blocs identifiés c, e, f, g et h. Le robot se déplace par pas, et occupe toujours le centre d'une case : il ne peut donc pas se trouver à cheval entre deux cases. Le robot suit la trajectoire indiquée sur la carte. La forme en T au centre de la carte donne la couverture de son sonar. À chaque position, le robot peut prendre des mesures avec son sonar. L'orientation du sonar est fixe sur le robot, i.e. vous ne pouvez pas le tourner. Le robot ne peut pas tourner non plus.



i)

1	1	1
	0	
	0	
	0	

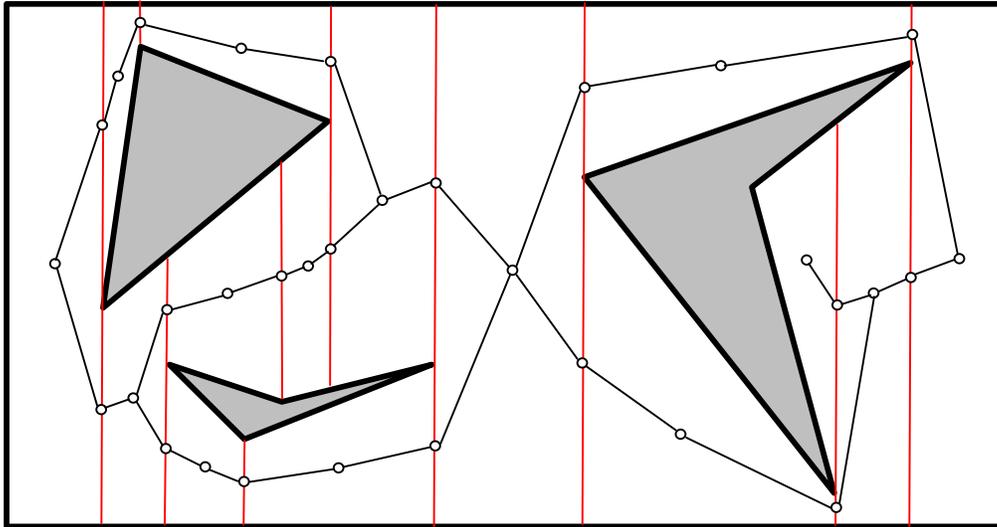
Pour la fonction de capteur  $h_z(z/o)$  montrée à la figure i) et la trajectoire du robot, est-ce que le robot peut distinguer l'agencement **cde** de l'agencement **fgh**? Autrement dit, peut-il percevoir le trou **d**? Justifiez votre réponse.

*Pour ce capteur et cette trajectoire, il ne sera pas possible de voir le trou d. En effet, les mesures prises par le robot lorsqu'il se situe dans les cases 1 à 5 seront identiques aux mesures prises aux cases 6 à 10. Donc, il est impossible de différentier d de g.*

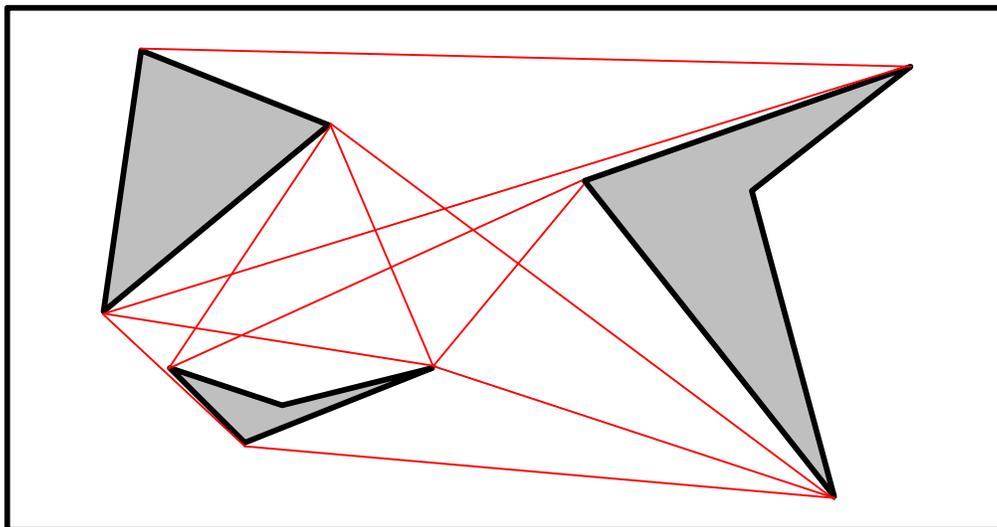
#### 4) Discrétisation et planification

a) Faites les discrétisations demandées pour l'environnement ci-dessous.

Décomposition cellulaire verticale

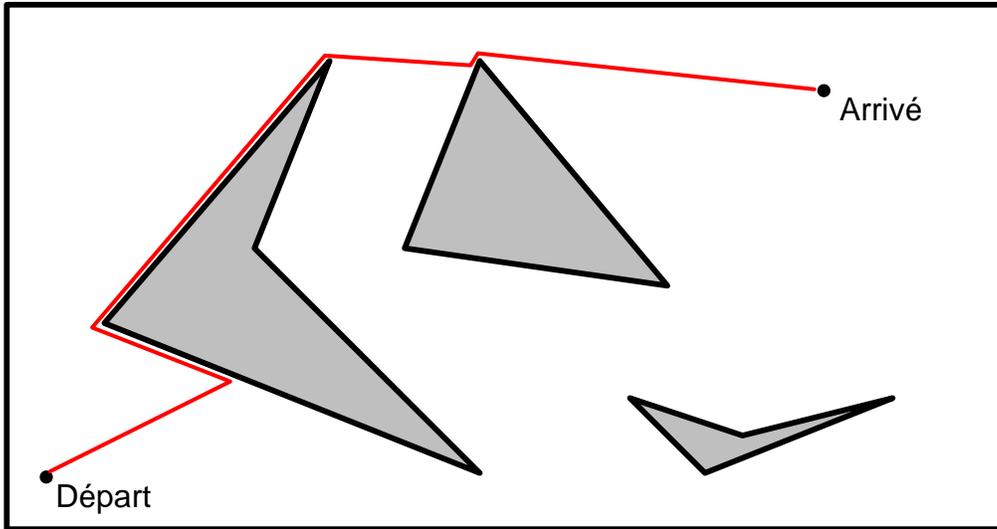


Graphe des visibilité ~~restreintes~~ réduites

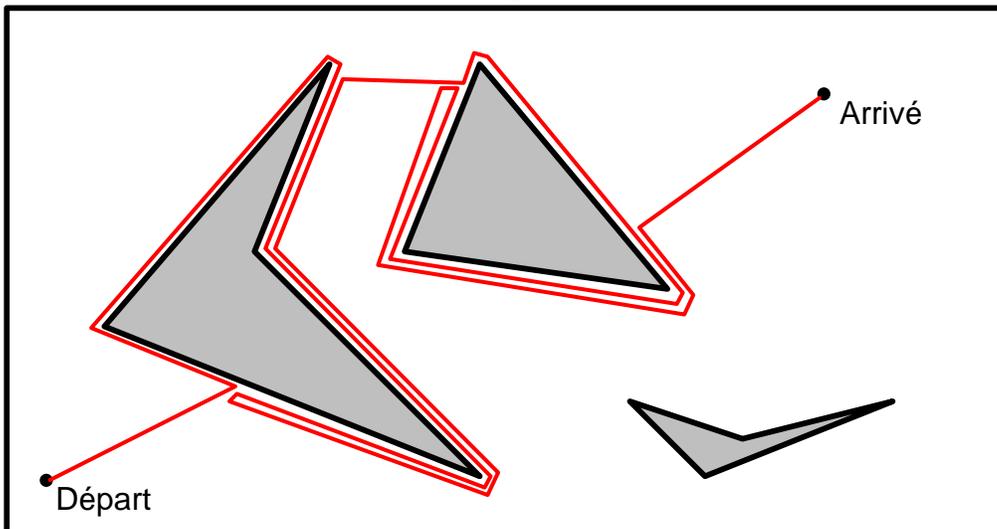


c) Tracez la trajectoire suivie par un robot utilisant l'algorithme bug0 et bug1. Lorsque le robot rencontre un obstacle, il tournera à gauche.

bug0

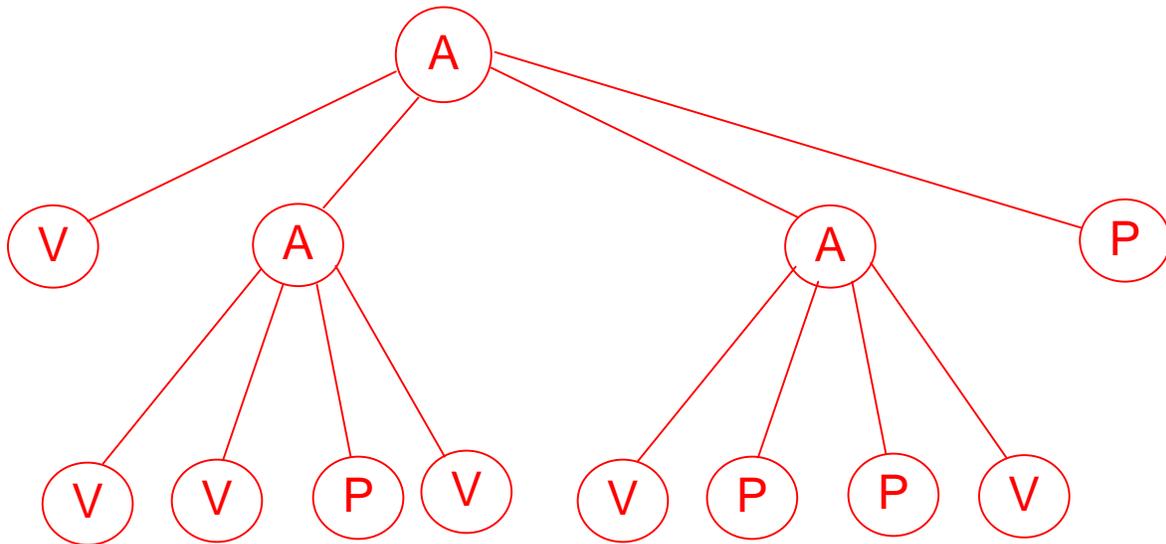
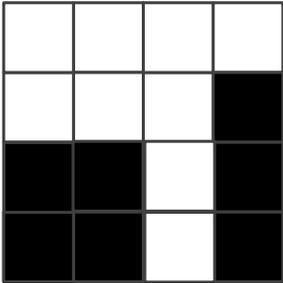


bug1

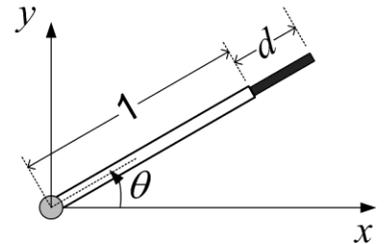
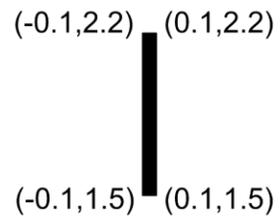


5) Tracez l'arbre *QuadTree* qui représente la carte à votre gauche. Utilisez l'ordre indiqué à droite pour la numérotation des branches de l'arbre. Pour les nœuds et les feuilles de l'arbre, utilisez **V**=vide, **P**= plein, **A**=partiellement plein.

1	2
4	3

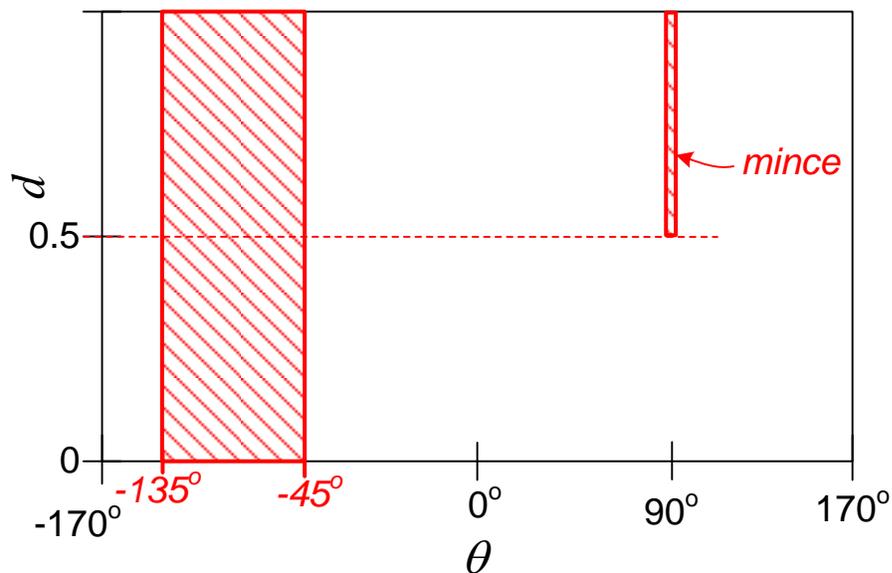


6) **Espace de configuration.** Soit le bras robotisé, illustré à droite, composé d'un actionneur rotoïde pouvant pivoter aux angles  $-170^\circ < \theta < 170^\circ$ , et d'un actionneur prismatique d'une longueur  $1+d$ . La valeur de  $d$  peut varier de 0 à 1 : donc le bras a une longueur variant entre 1 et 2 mètres. Le centre du joint rotoïde est situé à  $(0,0)$ . L'angle  $\theta$  est défini par rapport à l'axe des  $x$ , avec une valeur positive dans le sens inverse des aiguilles d'une montre (le bras sur la figure est donc à environ  $\theta=30^\circ$ ). L'environnement possède deux obstacles (indiqués en noir). Les coordonnées indiquent la position des coins des obstacles dans l'environnement.



a) (7 pts) Tracez approximativement  $C_{obs}$ , en hachuré, dans l'espace de configuration.

*Solution*



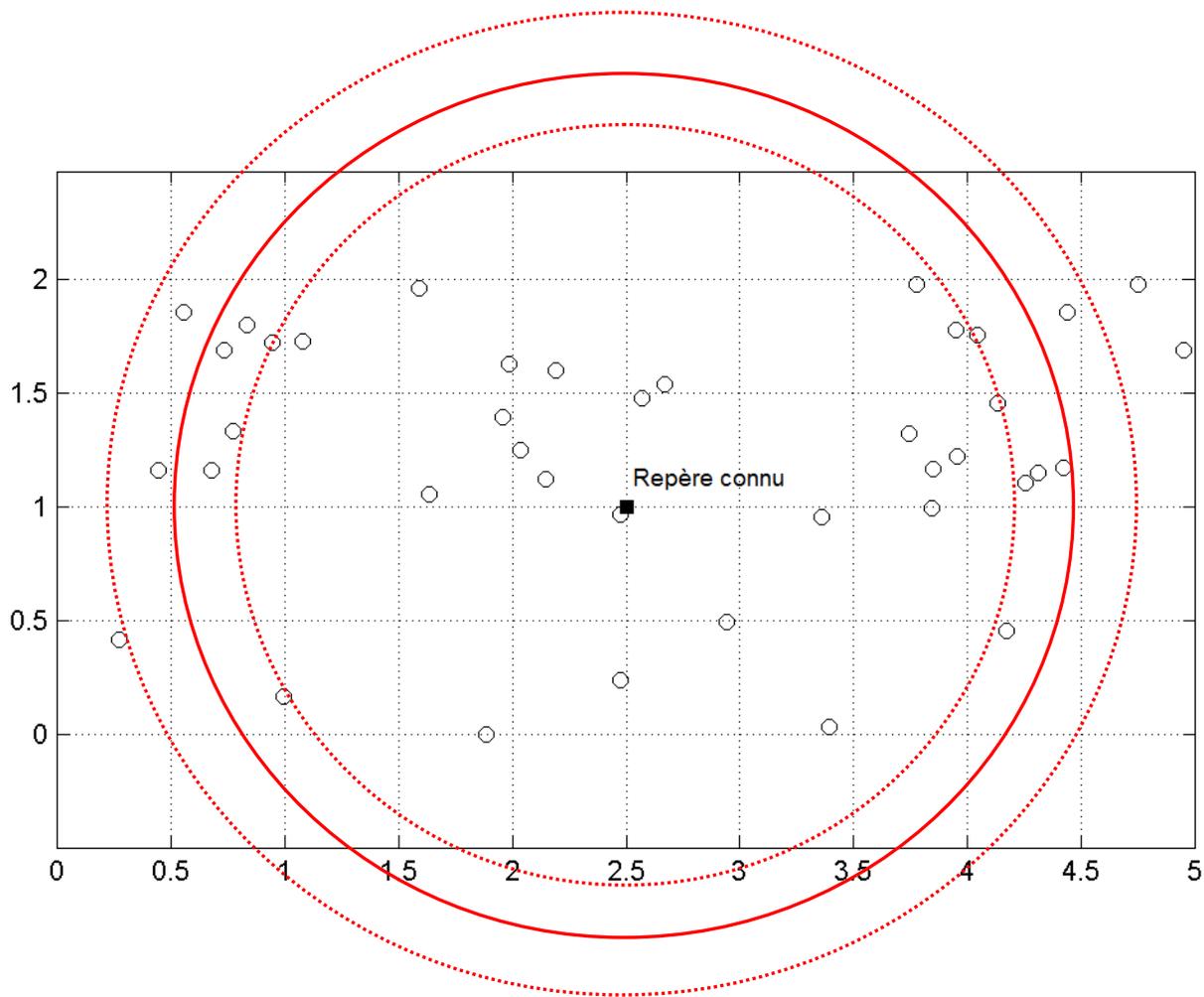
b) (2 pts) Cet espace de configuration est-il connecté?

*Non. (il n'est pas possible de passer de la zone libre entre  $-170^\circ$  à  $-135^\circ$  et l'autre zone libre.)*

## 7) Filtre à particules

Soit la distribution en  $(x,y)$  des 40 particules suivantes, ayant un poids  $w_i=1/40$ , après la propagation mais AVANT la mise-à-jour. Encerclez sur ce dessin les particules ayant un poids significatif, après la mise-à-jour, avec une mesure  $d=2$  et  $\sigma_d=0.3$ , et le repère situé à  $x_b=2.5$ ,  $y_b=1$ . Considérez qu'une particule aura un poids significatif si elle se situe à moins de  $2\sigma_d$  de la mesure. (Vous n'avez pas besoin d'être hyper-précis ici... si vous manquez quelques particules çà et là, ce n'est pas grave.)

*La ligne solide correspond au cercle de la mesure  $d=2$ . Les particules situées dans le « beigne » en pointillé de largeur  $4\sigma_d$  sont ceux qui auront un poids non-négligeables (car ils sont tous situés à moins de  $2\sigma_d$  de la mesure.)*



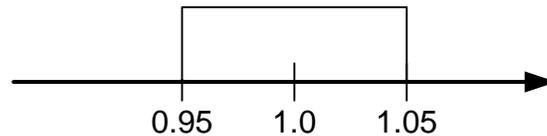
### 10) (3 pts) Règle de Bayes

Nommez trois méthodes ou algorithmes, vues en classe, qui reposent sur la règle probabiliste de Bayes.

Des réponses possibles :

- filtre Kalman
- filtre Kalman étendu
- filtre UKF
- filtre à particules
- grille d'occupation

11) (5 pts) (GLO-7021 seulement) Un robot se déplace à l'aveugle, avec un pas moyen de 1 mètre, et une distribution de probabilité uniforme entre 0.95 mètre et 1.05 mètre, telle qu'illustrée ici-bas. La variance de cette distribution est  $0.1^2/12=8.333 \times 10^{-4}$  mètres<sup>2</sup> (si vous préférez la notation décimale : 0.0008333). Au départ, le robot est situé à la position  $x=0$ . Tracez la distribution approximative de la position  $x$  du robot, après 20 pas. Indiquez clairement (en chiffre) la valeur de la variance finale et la position moyenne du robot sur votre distribution.



*Ici, c'est simplement l'application de deux règles très simples :*

*1. la variance d'une somme de variables aléatoires indépendantes est la somme des variances individuelles. Donc après 20 pas, la variance sur l'estimé de position est*

$$\sigma^2 = 20 \cdot \frac{0.1^2}{12} = 0.016667 \text{ m}^2 \Rightarrow \sigma = 0.129 \text{ m}$$

*2. la moyenne sera simplement 20 fois la moyenne d'un pas. La moyenne de la distribution uniforme ci-haut étant de 1, alors la moyenne de notre distribution sera  $\mu=20$  m.*

*3. Pour la forme de cette distribution, il faut faire appel au théorème de la limite centrale, qui spécifie que la somme de variables aléatoires non-corrélées tendra vers une distribution gaussienne. La distribution approximative sera donc :*

